

Funzioni: definizione e tipi

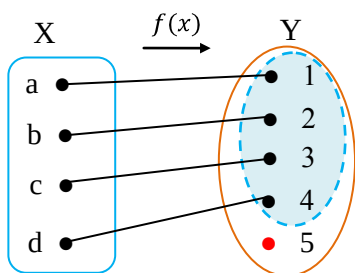
definizione

Dati due insiemi X ed Y, si dice **funzione** una legge che associa **ad ogni** elemento dell'insieme X **uno ed un solo** elemento dell'insieme Y

Una funzione si indica con $y = f(x)$ dove:

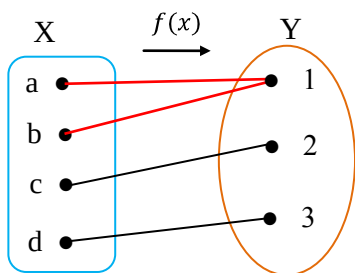
- x è un generico elemento di X ed $f(x)$ o y si chiama *immagine* di x ed appartiene all'insieme Y
- l'insieme X viene chiamato **dominio** o **campo di esistenza** di f
- il sottoinsieme di Y formato dalle immagini di tutti gli elementi del dominio si chiama **codominio** di f

tipi di funzione: iniettiva, suriettiva, biunivoca



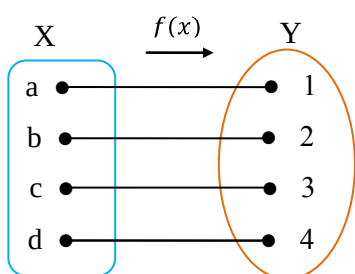
funzione iniettiva

- una funzione si dice **iniettiva** quando ad elementi distinti dell'insieme X corrispondono elementi distinti dell'insieme Y
- $f(x)$ iniettiva $\Leftrightarrow x_1 \neq x_2 \rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$
- la funzione della figura a sinistra è iniettiva ma non suriettiva
- l'insieme X è il dominio, il sottoinsieme di Y contenente gli elementi $\{1, 2, 3, 4\}$ associati ad elementi di X, rappresenta il codominio di f



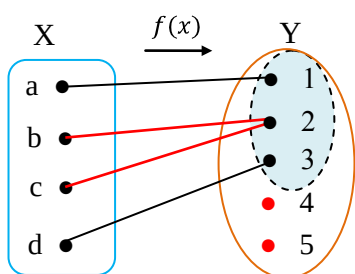
funzione suriettiva

- una funzione si dice **suriettiva** quando ogni elemento dell'insieme Y è immagine di almeno un elemento dell'insieme X
- $f(x)$ suriettiva $\Leftrightarrow \forall y \in Y \exists x \in X : f(x) = y$
- la funzione della figura a sinistra è suriettiva ma non iniettiva
- l'insieme X è il dominio, l'insieme Y è il codominio di f



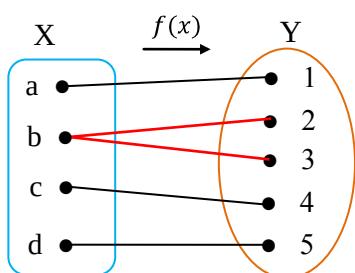
funzione biunivoca o biettiva

- una funzione si dice **biunivoca** (o biettiva) quando è sia iniettiva che suriettiva, cioè quando ad ogni elemento dell'insieme X corrisponde uno ed un solo elemento dell'insieme Y e **viceversa**
- $f(x)$ biunivoca $\Leftrightarrow \forall x \in X \exists! y \in Y : f(x) = y$ e viceversa
- l'insieme X è il dominio, l'insieme Y è il codominio di f



funzione non iniettiva, non suriettiva

- la funzione della figura a sinistra:
- NON è iniettiva perché gli elementi distinti "b, c" dell'insieme X hanno la stessa immagine "2"
 - NON è suriettiva perché non tutti gli elementi dell'insieme Y ("4, 5") sono immagine di un elemento dell'insieme X
 - l'insieme X è il dominio, il sottoinsieme di Y, che contiene gli elementi $\{1, 2, 3\}$ associati ad elementi di X, rappresenta il codominio di f



corrispondenza

la legge rappresentata nella figura a sinistra **non** è una funzione perché non ne soddisfa la definizione, infatti: all'elemento "b" dell'insieme X sono associati più elementi ("2, 3") dell'insieme Y. In tal caso la legge non è una funzione ma prende il nome di **corrispondenza**

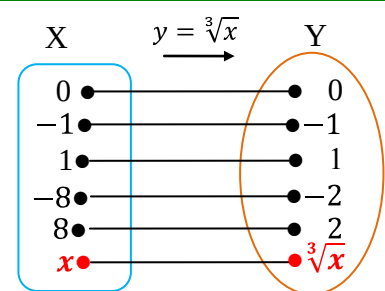
Funzioni: definizione e tipi

funzioni numeriche

- una generica funzione si indica con $y = f(x)$
 x è detta *variabile indipendente* ed appartiene al dominio
 y è detta *variabile dipendente* ed appartiene al codominio
- se x ed y sono numeri reali allora la funzione si dice **funzione reale** di una variabile reale
- in tutte le funzioni reali ad ogni coppia di numeri associati corrisponde un punto nel piano cartesiano; l'insieme di tali punti genera una curva che prende il nome di **grafico** della funzione

grafico di una funzione reale

consideriamo ad esempio la funzione radice cubica $y = \sqrt[3]{x}$



rappresentazione insiemistica

x	$\sqrt[3]{x}$
0	0
-1	-1
1	1
-8	-2
8	2

coppie di numeri associati

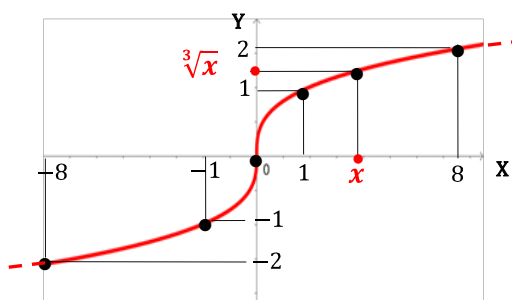
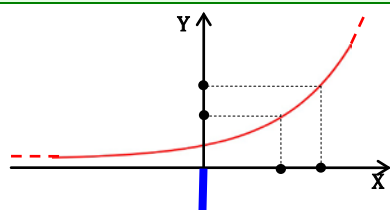
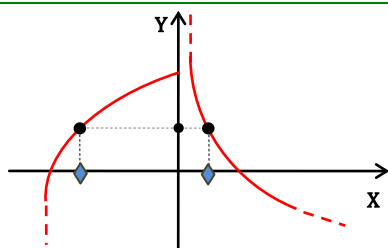


grafico della funzione

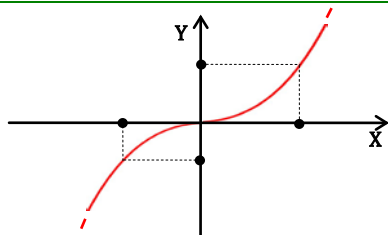
tipi di funzione



- la funzione in figura è **iniettiva** perché punti distinti dell'asse X hanno ordinate distinte sull'asse Y
- la funzione **non** è suriettiva perché **non** tutti i punti dell'asse Y sono associati a punti dell'asse X. La parte negativa dell'asse Y colorata in blu non è infatti associata a nessun punto dell'asse X

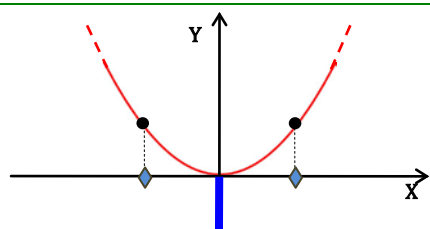


- la funzione in figura è **suriettiva** perché **tutti** i punti dell'asse Y sono associati a punti dell'asse X
- la funzione **non** è iniettiva perché punti distinti dell'asse X hanno la stessa ordinata sull'asse Y



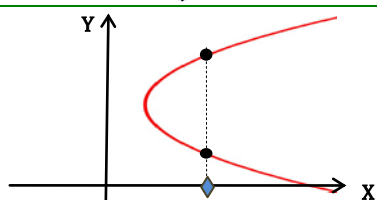
la funzione in figura è **biunivoca** cioè sia iniettiva che suriettiva, infatti:

- è iniettiva perché punti distinti dell'asse X hanno ordinate distinte sull'asse Y
- è suriettiva perché tutti i punti dell'asse Y sono associati a punti dell'asse X



la funzione in figura **non** è iniettiva e **non** è suriettiva, infatti:

- non è iniettiva perché punti distinti dell'asse X hanno la stessa ordinata sull'asse Y
- non è suriettiva perché **non** tutti i punti dell'asse Y sono associati a punti dell'asse X. La parte negativa dell'asse Y colorata in blu non è infatti associata a nessun punto dell'asse X



la curva in figura **non** è una funzione perché ai punti sull'asse delle X corrisponde più di un'ordinata sull'asse delle Y.
 In questo caso la legge non è una funzione ma prende il nome di corrispondenza