# Integrali indefiniti

| immediati | | immediati generalizzati | |
|---|---|---|---|
| $\int k\,dx = k\,x + c$ | dove $k$ è una costante | un integrale generalizzato si ottiene da un integrale immediato sostituendo $x$ con $f(x)$ e $dx$ con $f'(x)\,dx$ | |
| $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ | $n \neq -1$ | $\int [f(x)]^n \cdot f'(x)\,dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c$ | $n \neq -1$ |
| $\int \frac{1}{x} dx = ln\|x\| + c$ | | $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = ln\|f(x)\| + c$ | |
| $\int a^x dx = a^x\, lg_a e + c$ | | $\int a^{f(x)} \cdot f'(x)\,dx = a^{f(x)}\, lg_a e + c$ | |
| $\int e^x dx = e^x + c$ | | $\int e^{f(x)} \cdot f'(x)\,dx = e^{f(x)} + c$ | |
| $\int sen\,x\,dx = -cos\,x + c$ | | $\int sen\,[f(x)] \cdot f'(x)\,dx = -\cos f(x) + c$ | |
| $\int cos\,x\,dx = sen\,x + c$ | | $\int cos\,[f(x)] \cdot f'(x)\,dx = sen\,f(x) + c$ | |
| $\int \frac{1}{cos^2 x} dx = tg\,x + c$ | | $\int \frac{f'(x)}{cos^2\,[f(x)]} dx = tg\,f(x) + c$ | |
| $\int \frac{1}{sen^2 x} dx = -\,cotg\,x + c$ | | $\int \frac{f'(x)}{sen^2\,[f(x)]}\,dx = -\,cotg\,f(x) + c$ | |
| $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = arcsen\,x + c$ | | $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}}\,dx = arcsen\,f(x) + c$ | |
| $\int \frac{1}{1+x^2} dx = arctg\,x + c$ | | $\int \frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2}\,dx = arctg\,f(x) + c$ | |
| $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = arcsen\,\frac{x}{\|a\|} + c$ | | $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{a^2-[f(x)]^2}}\,dx = arcsen\,\frac{f(x)}{\|a\|} + c$ | |
| $\int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} arctg\,\frac{x}{a} + c$ | | $\int \frac{f'(x)}{a^2+[f(x)]^2}\,dx = \frac{1}{a} arctg\,\frac{f(x)}{a} + c$ | |

| in generale | |
|---|---|
| $\int f[g(x)] \cdot g'(x)\,dx = F\,[\,g(x)\,] + c$ | l'integrale di una funzione composta $f[g(x)]$ moltiplicata per la derivata della funzione interna $g'(x)$ è uguale alla primitiva della funzione esterna $F[g(x)]$ |

| alcuni metodi di integrazione | |
|---|---|
| $\int k \cdot f(x)\,dx = k \cdot \int f(x)\,dx$ | prodotto di una **costante k** per una funzione |
| $\int f(x) \pm g(x) \pm h(x)\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx \pm \int h(x)\,dx$ | metodo di decomposizione in **somma** |



© 2013 - www.matematika.it

# Integrali indefiniti

## esempi di alcuni integrali immediati

| | |
|---|---|
| $\int k\,dx = k\,x + c$ | $\int 3\,dx = 3x + c$ $\quad \int \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}x + c$ $\quad \int \pi\,dx = \pi x + c$ |
| $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ | $\int x\,dx = \frac{x^2}{2} + c$ $\quad \int x^5 dx = \frac{x^6}{6} + c$ $\quad \int x^{-4} dx = -\frac{x^{-3}}{3} + c$ |
| | $\int \sqrt{x}\,dx = \int x^{\frac{1}{2}}\,dx = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{3}\,x^{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{3}\sqrt[2]{x^3} + c$ |
| $\int a^x dx = a^x\, lg_a e + c$ | $\int 2^x dx = 2^x\, lg_2 e + c$ $\quad \int \left(\frac{1}{3}\right)^x dx = \left(\frac{1}{3}\right)^x lg_{\frac{1}{3}} e + c$ |

## esempi di alcuni integrali immediati generalizzati

| | |
|---|---|
| $\int [f(x)]^n \cdot f'(x)\,dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c$ | $\int (x^2+x)^7 \cdot (2x+1)\,dx = \frac{(x^2+x)^8}{8} + c$ |
| $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = ln\lvert f(x)\rvert + c$ | $\int \frac{6x-1}{3x^2-x+1}\,dx = ln\lvert 3x^2 - x + 1\rvert + c$ |
| $\int e^{f(x)} \cdot f'(x)\,dx = e^{f(x)} + c$ | $\int e^{4x-2}\,dx = \int e^{4x-2} \cdot 1\,dx = e^{4x-2} + c$ |
| $\int sen\,[f(x)] \cdot f'(x)\,dx = -cos\,f(x) + c$ | $\int 4x^3\,sen\,x^4\,dx = \int sen\,x^4 \cdot 4x^3\,dx = -cos\,x^4 + c$ |
| $\int cos\,[f(x)] \cdot f'(x)\,dx = sen\,f(x) + c$ | $\int \frac{\cos lnx}{x}dx = \int \cos[lnx] \cdot \frac{1}{x}dx = sen\,lnx + c$ |
| $\int \frac{f'(x)}{cos^2\,[f(x)]}\,dx = tg\,f(x) + c$ | $\int \frac{x^2}{cos^2 x^3}\,dx = \frac{1}{3}\int \frac{3 \cdot x^2}{cos^2[x^3]}\,dx = \frac{1}{3}\,tg\,x^3 + c$ |
| $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}}\,dx = arcsen\,f(x) + c$ | $\int \frac{1}{\sqrt{1-16x^2}}\,dx = \frac{1}{4}\int \frac{4}{\sqrt{1-[4x]^2}}\,dx = \frac{1}{4}\,arcsen\,4x + c$ |
| $\int \frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2}\,dx = arctg\,f(x) + c$ | $\int \frac{4x^3}{1+x^8}\,dx = \int \frac{4x^3}{1+[x^4]^2}\,dx = arctg\,x^4 + c$ |

per verificare la correttezza del risultato dell'integrale basta confrontare la derivata del risultato con l'integrando. Se sono uguali, allora il risultato è corretto. Ad esempio, in riferimento all'ultimo esercizio:

$D(arctg\,x^4 + c) = D(arctg\,x^4) + D(c) = \frac{1}{1+[x^4]^2} \cdot 4x^3 + 0 = \frac{4x^3}{1+x^8}$ cioè uguale alla funzione integranda



© 2013 - www.matematika.it

# Integrali indefiniti

## esempi di alcuni metodi di integrazione

prodotto di una costante per una funzione $\int k \cdot f(x)\,dx = k \cdot \int f(x)\,dx$

| | |
|---|---|
| $\int 3 \cdot cosx\,dx = 3\,senx + c$ | $\int 5 \cdot x^3\,dx = \frac{5}{4}x^4 + c$ |

metodo di decomposizione in somma $\int f(x) \pm g(x) \pm h(x)\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx \pm \int h(x)\,dx$

| | |
|---|---|
| $\int \left(7x^3 + x^{\frac{1}{2}}\right) dx =$ | risolviamo il seguente integrale |
| $7 \cdot \int x^3\,dx + \int x^{\frac{1}{2}}\,dx =$ | decomponiamo l'integrale in due integrali |
| $\frac{7}{4}x^4 + \frac{2}{3}\,x^{\frac{3}{2}} + c$ | risolviamo singolarmente i due integrali ed otteniamo il risultato |

metodo per parti $\int f(x) \cdot g(x)\,dx = F(x) \cdot g(x) - \int F(x) \cdot g'(x)\,dx$

| | |
|---|---|
| $\int x \cdot senx\,dx =$ | risolviamo il seguente integrale |
| $(-cos\,x) \cdot x - \int (-cosx) \cdot 1\,dx =$ | integriamo la funzione $sen\,x$<br>deriviamo la funzione $x$ |
| $-x\,cosx + \int cosx\,dx =$ | svolgiamo i calcoli |
| $-x\,cosx + senx + c$ | risolviamo il secondo integrale ed otteniamo il risultato |

| | |
|---|---|
| $\int e^x \cdot x^2\,dx =$ | risolviamo il seguente integrale |
| $e^x \cdot x^2 - \int e^x \cdot 2x\,dx =$ | integriamo la funzione $e^x$<br>deriviamo la funzione $x^2$ |
| $e^x \cdot x^2 - 2\int e^x \cdot x\,dx =$ | portiamo la costante fuori dal secondo integrale e applichiamo di nuovo il metodo per parti |
| $e^x \cdot x^2 - 2 \cdot \left[e^x \cdot x - \int e^x\,dx\right] =$ | integriamo la funzione $e^x$<br>deriviamo la funzione $x$ |
| $e^x \cdot x^2 - 2 \cdot [e^x \cdot x - e^x] =$ | risolviamo l'integrale |
| $e^x \cdot x^2 - 2e^x \cdot x - 2e^x + c$ | svolgiamo i calcoli ed otteniamo il risultato |


© 2013 - www.matematika.it