

Definizione di limite di una funzione

premessa	definizione topologica
considerata una funzione $y = f(x)$ <ul style="list-style-type: none"> sia D il suo dominio sia x_0 un punto di accumulazione per D si dice che l è il limite per x che tende a x_0 di $f(x)$:	<ul style="list-style-type: none"> per ogni intorno I di l esiste un intorno I di x_0 tale che per ogni x : <ul style="list-style-type: none"> appartenente all'intorno I di x_0 appartenente al dominio D diverso dal punto x_0 si ha che $f(x)$ appartiene all'intorno I di l
e si scrive $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ se:	

definizione topologica o insiemistica	
	$\forall I_l \exists I_{x_0} : \forall x \in (I_{x_0} \cap D) - \{x_0\} \Rightarrow f(x) \in I_l$
<p>La definizione insiemistica di limite di una funzione in un punto è una definizione generale. Essa è infatti valida per ogni valore finito o infinito di x_0 e di l.</p> <p>La lettura di tale definizione è riportata nel riquadro "definizione topologica" in alto a destra</p>	

definizione algebrica	
	$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 : \forall x \in D : 0 \neq x - x_0 < \delta \Rightarrow f(x) - l < \epsilon$
<p>La definizione algebrica di limite è una "traduzione" di quella insiemistica, quella qui sopra riportata si riferisce al caso in cui x_0 ed l sono numeri.</p> <p>ϵ e δ rappresentano numeri positivi molto piccoli, in particolare:</p> <ul style="list-style-type: none"> ϵ rappresenta il raggio dell'intorno I di centro l i cui estremi sono "$(l - \epsilon)$" ed "$(l + \epsilon)$" δ rappresenta il raggio dell'intorno I di centro x_0 i cui estremi sono "$(x_0 - \delta)$" ed "$(x_0 + \delta)$" 	

definizione mista	
	$\forall \epsilon > 0 \exists I_{x_0} : \forall x \in (I_{x_0} \cap D) - \{x_0\} \Rightarrow f(x) - l < \epsilon$
<p>La definizione mista di limite è una "composizione" delle due precedenti definizioni. In particolare essa prende la prima e l'ultima parte dalla definizione algebrica (che fa riferimento all'asse delle y) e prende la parte centrale dalla definizione topologica (che fa riferimento all'asse delle x).</p> <p>La definizione qui sopra riportata si riferisce al caso in cui x_0 ed l sono numeri.</p>	

osservazione importante
<p>L'esistenza del limite di una funzione in un punto x_0 è indipendente dal comportamento della funzione nel punto x_0 stesso. Può infatti accadere che:</p> <ul style="list-style-type: none"> nel punto x_0 esiste il limite l della funzione, esiste il valore della funzione $f(x_0)$ e sono uguali $l = f(x_0)$ nel punto x_0 esiste il limite l della funzione, esiste il valore della funzione $f(x_0)$ ma sono diversi $l \neq f(x_0)$ nel punto x_0 esiste il limite l della funzione ma non esiste il valore della funzione $f(x_0)$