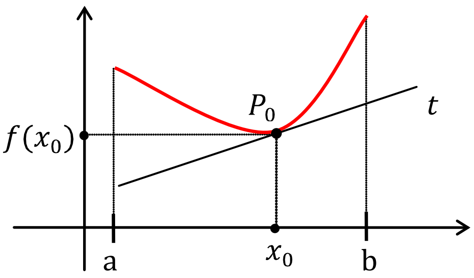
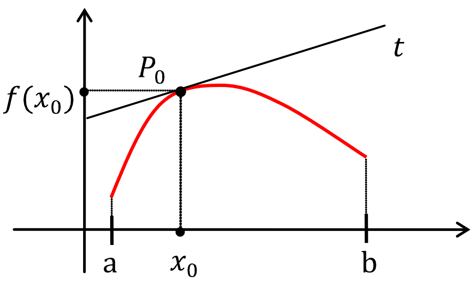
Definizione di concavità, punti di flesso, punti angolosi e punti cuspidali

definizione di funzione concava in un intervallo

sia $f(x)$ una funzione definita nel dominio D, sia $[a,b]$ un intervallo interno al dominio

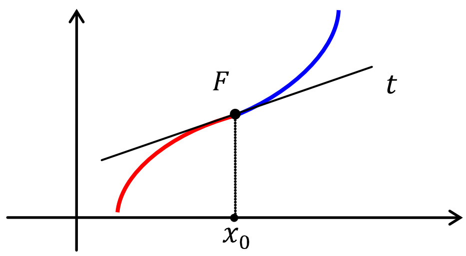


una funzione $f(x)$ si dice **concava verso l'alto** in un intervallo $[a,b]$ se per ogni punto x_0 appartenente ad $[a,b]$ il grafico della funzione in $[a,b]$ è al di **sopra** della retta tangente al grafico della funzione nel punto P_0 di coordinate $x_0, f(x_0)$



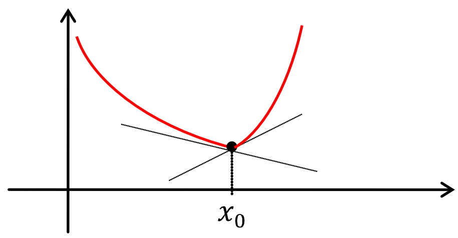
una funzione $f(x)$ si dice **concava verso il basso** in un intervallo $[a,b]$ se per ogni punto x_0 appartenente ad $[a,b]$ il grafico della funzione in $[a,b]$ è al di **sotto** della retta tangente al grafico della funzione nel punto P_0 di coordinate $x_0, f(x_0)$

punti di flesso



un punto $\boldsymbol{x_0}$ si dice punto di **flesso** per una funzione $f(x)$ se la retta tangente in $F(x_0, f(x_0))$ **attraversa** il grafico della funzione

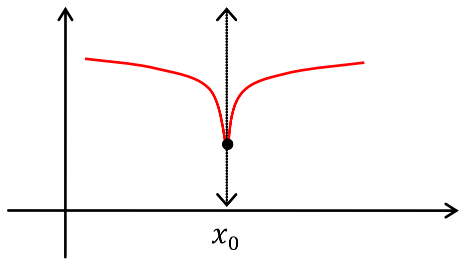
punti angolosi e punti cuspidali



un punto x_0 si dice **punto angoloso** per una funzione se i limiti dei rapporti incrementali da sinistra e da destra sono diversi ed almeno uno dei due è finito

$$\lim_{h\to 0^-} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} \neq \lim_{h\to 0^+} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

con **almeno** uno dei due limiti **finito**



un punto x_0 si dice **punto cuspidale** se i limiti dei rapporti incrementali da sinistra e da destra sono entrambi uguali ad infinito

$$\lim_{h\to 0^-} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = -\infty$$

$$\lim_{h\to 0^+} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = +\infty$$

o viceversa

osservazioni

- I punti angolosi e cuspidali sono un esempio di punti in cui la funzione è continua ma non derivabile.
- I punti angolosi e cuspidali possono essere punti di massimo o di minimo per la funzione ma non possono essere individuati con i metodi tradizionali per la ricerca dei massimi e dei minimi poiché in essi la funzione è continua ma non derivabile. Per essi va fatta una specifica indagine basata sulla studio della crescenza e decrescenza della funzione nell'intorno sinistro e nell'intorno destro del punto angoloso o del punto cuspidale.