

# Limiti notevoli

funzioni goniometriche	
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen} x}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tg} x}{x} = 1$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{cos} x}{x} = 0$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{arcsen} x}{x} = 1$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \text{cos} x}{x^2} = \frac{1}{2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{arctg} x}{x} = 1$

funzioni esponenziali e logaritmiche	
$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e$
$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha \ln x = 0$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0 \quad \alpha > 0$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{a^x} = 0$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{a^x} = 0 \quad a > 1$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x} = \alpha$	$[f(x)]^{g(x)} = e^{g(x) \cdot \ln[f(x)]}$ l'uguaglianza a sinistra può essere utile per risolvere alcuni limiti che si presentano nelle forme indeterminate $0^0$ $1^{\pm\infty}$ $+\infty^0$

ad ogni limite notevole si possono applicare le seguenti proprietà che lasciano invariato il risultato

limite iniziale	se il testo del limite è invertito anche il risultato sarà invertito	se nel limite al posto di x c'è nx il risultato del limite resta lo stesso	se il testo del limite è invertito anche il risultato sarà invertito
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen} x}{x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\text{sen} x} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen} nx}{nx} = 1$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{nx}{\text{sen} nx} = 1$

## frazioni equivalenti

per il calcolo dei limiti notevoli può essere utile ricordare alcune delle possibili operazioni con le frazioni:

scomporre la frazione iniziale in due frazioni	dividere ogni monomio del numeratore e del denominatore per la stessa quantità <b>n</b>	moltiplicare e dividere la frazione per la stessa quantità <b>n</b>	moltiplicare e dividere il numeratore per <b>n</b> e/o moltiplicare e dividere il denominatore per <b>m</b>
$\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$	$\frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{n}}{\frac{b}{n}}$	$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{n}{n}$	$\frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{n} \cdot n}{\frac{b}{m} \cdot m}$
$\frac{a \cdot b}{c \cdot d} = \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d}$	$\frac{a \cdot b}{c \cdot d} = \frac{\frac{a \cdot b}{n}}{\frac{c \cdot d}{n}}$	$\frac{a \cdot b}{c \cdot d} = \frac{a \cdot b}{c \cdot d} \cdot \frac{n}{n}$	$\frac{a \cdot b}{c \cdot d} = \frac{\frac{a \cdot b}{n}}{\frac{c \cdot d}{n}}$
$\frac{a+b}{c+d} = \frac{a}{c+d} + \frac{b}{c+d}$	$\frac{a+b}{c+d} = \frac{\frac{a}{n} + \frac{b}{n}}{\frac{c}{n} + \frac{d}{n}}$	$\frac{a+b}{c+d} = \frac{(a+b)}{(c+d)} \cdot \frac{n}{n}$	$\frac{a+b}{c+d} = \frac{\frac{a}{n} + \frac{b}{n}}{\frac{c}{n} + \frac{d}{n}}$
$\frac{a \cdot b}{c+d} = a \cdot \frac{b}{c+d}$	$\frac{a \cdot b}{c+d} = \frac{\frac{a \cdot b}{n}}{\frac{c}{n} + \frac{d}{n}}$	$\frac{a \cdot b}{c+d} = \frac{a \cdot b}{(c+d)} \cdot \frac{n}{n}$	$\frac{a \cdot b}{c+d} = \frac{\frac{a \cdot b}{n}}{\frac{c}{n} + \frac{d}{n}}$