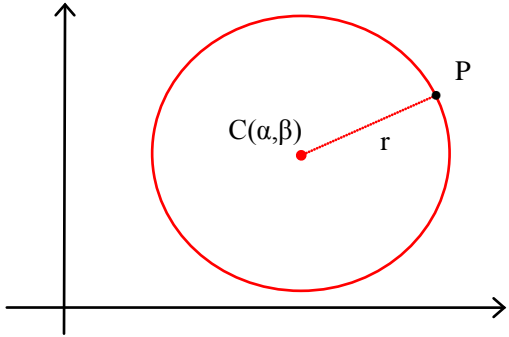
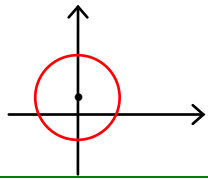
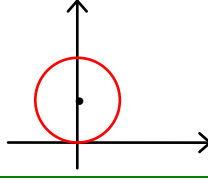
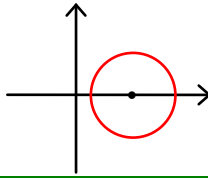
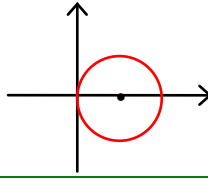
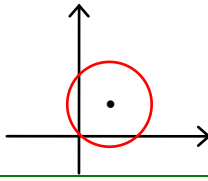
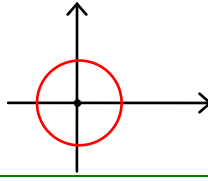


# Circonferenza

| definizione   |   |                         |
|---|---|-------------------------|
| La circonferenza è il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso $C$ detto centro: $\overline{PC} = r$ |   |                         |
|    | $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$                                     | equazione completa      |
|   | $C(\alpha; \beta)$ $\alpha = -\frac{a}{2}$ $\beta = -\frac{b}{2}$ | coordinate del centro   |
|   | $r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - c}$                               | relazione per il raggio |
| affinché la circonferenza sia reale è necessario che : $\alpha^2 + \beta^2 - c \geq 0$  |   |                         |

per la dimostrazione dell'equazione clicca qui oppure vedi la sezione Teoria e Pratica

| equazione incompleta  |   |   |   |
|---|---|---|---|
| $a = 0$<br><br>$x^2 + y^2 + by + c = 0$   |   | $a = c = 0$<br><br>$x^2 + y^2 + by = 0$                               |   |
| $b = 0$<br><br>$x^2 + y^2 + ax + c = 0$   |  | $b = c = 0$<br><br>$x^2 + y^2 + ax = 0$                               |  |
| $c = 0$<br><br>$x^2 + y^2 + ax + by = 0$  |  | $a = b = 0$<br><br>$x^2 + y^2 + c = 0$<br>oppure<br>$x^2 + y^2 = r^2$ |  |
| se $a = b = c = 0$ la circonferenza si riduce al punto $O(0,0)$ origine degli assi cartesiani |   |   |   |

## ricerca dell'equazione di una circonferenza

| equazione della circonferenza noto il centro $C$ e il raggio $r$ |  |
|--|--|
| $\overline{PC} = r$  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• si applica la definizione di circonferenza</li> </ul>                           |
| $\sqrt{(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2} = r$                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• si calcola la distanza <math>\overline{PC}</math></li> </ul>                    |
| $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$                           | <ul style="list-style-type: none"> <li>• si elevano al quadrato entrambi i membri</li> </ul>                             |
| $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$                                    | <ul style="list-style-type: none"> <li>• si sviluppano i calcoli e si ottiene l'equazione della circonferenza</li> </ul> |

# Circonferenza

| equazione della circonferenza passante per tre punti $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ $C(x_3, y_3)$ (metodo algebrico)                             |  |  |
|---|--|--|
| $x_1^2 + y_1^2 + ax_1 + by_1 + c = 0$<br>$x_2^2 + y_2^2 + ax_2 + by_2 + c = 0$<br>$x_3^2 + y_3^2 + ax_3 + by_3 + c = 0$                       | <i>passaggio per A</i><br><i>passaggio per B</i><br><i>passaggio per C</i> | <ul style="list-style-type: none"> <li>si sostituiscono uno alla volta le coordinate dei punti nell'equazione generica della circonferenza <math>x^2 + y^2 + ax + by + c = 0</math></li> </ul> |
| $\begin{cases} x_1^2 + y_1^2 + ax_1 + by_1 + c = 0 \\ x_2^2 + y_2^2 + ax_2 + by_2 + c = 0 \\ x_3^2 + y_3^2 + ax_3 + by_3 + c = 0 \end{cases}$ |  | <ul style="list-style-type: none"> <li>si ottiene un sistema di tre equazioni nelle incognite a, b, c</li> <li>si risolve il sistema e si ottengono i valori a, b, c</li> </ul>                |
| $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$   |  | <ul style="list-style-type: none"> <li>si sostituiscono i valori ottenuti nell'equazione della circonferenza ottenendo l'equazione richiesta</li> </ul>  |

| in generale   |   |
|---|---|
| per trovare l'equazione di una circonferenza è necessario:  |   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>avere tre condizioni (scelte tra: centro, raggio, passaggio per un punto, retta tangente)</li> </ul>   |   |
| <b>metodo algebrico</b>   | <b>metodo geometrico</b>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>trasformare ogni condizione in una equazione</li> <li>ottenere il sistema delle tre equazioni nelle incognite a, b, c</li> <li>risolvere il sistema e trovare i valori di a, b, c</li> <li>sostituire i valori ottenuti nell'equazione della circonferenza, ottenendo l'equazione cercata</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>è utile rappresentare sul piano cartesiano le condizioni note</li> <li>ricavare da queste, centro e raggio della circonferenza</li> <li>per ottenere l'equazione della circonferenza, sostituire il raggio e le coordinate del centro nella formula <math>(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2</math></li> </ul> |
| per scrivere l'equazione della circonferenza noto il centro $C(\alpha; \beta)$ e il raggio $r$ si utilizza la formula:  |   |
| $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$  |   |

## ricerca delle equazioni delle rette tangenti alla circonferenza

| equazioni delle rette tangenti condotte da un punto $P_0(x_0, y_0)$ <b>esterno</b> alla circonferenza  |  |
|--|--|
| $y - y_0 = m(x - x_0)$   | <ul style="list-style-type: none"> <li>si scrive l'equazione del fascio di rette proprio di centro <math>P_0(x_0, y_0)</math></li> </ul>   |
| $y = y_0 + m(x - x_0)$   | <ul style="list-style-type: none"> <li>si ricava la y dell'equazione del fascio</li> </ul>   |
| $\frac{ m(\alpha - x_0) - \beta + y_0 }{\sqrt{m^2 + 1}} = r$   | <ul style="list-style-type: none"> <li>si utilizza la formula della distanza di un punto da una retta in <u>forma esplicita</u></li> <li>si impone che la distanza tra il centro <math>C(\alpha; \beta)</math> della circonferenza e il fascio di rette sia uguale ad <math>r</math></li> </ul>                      |
| $\frac{[m(\alpha - x_0) - \beta + y_0]^2}{m^2 + 1} = r^2$  | <ul style="list-style-type: none"> <li>si elevano al quadrato entrambi i membri</li> <li>si calcola il minimo comune multiplo</li> <li>si sviluppano i calcoli</li> </ul>  |
| $y - y_0 = m_1(x - x_0)$<br>$y - y_0 = m_2(x - x_0)$   | <ul style="list-style-type: none"> <li>si risolve l'equazione di secondo grado nell'incognita <math>m</math> ottenendo i valori <math>m_1</math> ed <math>m_2</math></li> <li>si sostituiscono <math>m_1</math> ed <math>m_2</math> nell'equazione del fascio ottenendo le equazioni delle rette tangenti</li> </ul> |
| Le equazioni delle rette tangenti condotte da un punto $P_0(x_0, y_0)$ esterno alla circonferenza si possono ottenere anche utilizzando il procedimento illustrato per le altre coniche. |  |

# Circonferenza


| equazione della retta tangente nel punto $P_0(x_0, y_0)$ della circonferenza: <u>formula di sdoppiamento</u> |   |
|--|---|
| $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  | <ul style="list-style-type: none"> <li>si scrive l'equazione della circonferenza</li> <li>si pone <math>x^2 = x_0x</math> e <math>y^2 = y_0y</math></li> <li>si pone <math>x = \frac{x_0+x}{2}</math> e <math>y = \frac{y_0+y}{2}</math></li> </ul>   |
| $x_0 \cdot x + y_0 \cdot y + a \frac{x_0 + x}{2} + b \frac{y_0 + y}{2} + c = 0$                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>si sostituiscono le incognite sdoppiate nella equazione della circonferenza</li> <li>sviluppando i calcoli si ottiene l'equazione della retta tangente nel punto <math>P_0(x_0, y_0)</math></li> </ul>   |
| equazione delle rette tangenti di coefficiente angolare $m$ assegnato  |   |
| $y = mx + q$   | <ul style="list-style-type: none"> <li>si scrive l'equazione del fascio di rette improprio con <math>m</math> assegnato</li> </ul>  |
| $x^2 + (mx + q)^2 + ax + b(mx + q) + c = 0$  | <ul style="list-style-type: none"> <li>si sostituisce la <math>y</math> nell'equazione della circonferenza <math>x^2 + y^2 + ax + by + c = 0</math></li> <li>si sviluppano i calcoli, ordinando l'equazione rispetto alla <math>x</math></li> </ul>   |
| $y = mx + q_1$<br>$y = mx + q_2$   | <ul style="list-style-type: none"> <li>si ricava il <math>\Delta</math> e lo si impone uguale a 0 (condizione di tangenza tra retta e circonferenza)</li> <li>si risolve l'equazione di secondo grado nell'incognita <math>q</math></li> <li>si sostituiscono <math>q_1</math> e <math>q_2</math> nell'equazione iniziale del fascio ottenendo le equazioni delle rette tangenti</li> </ul> |
| in alcuni problemi $m$ si ricava nota la retta parallela o la perpendicolare alla retta tangente             |   |

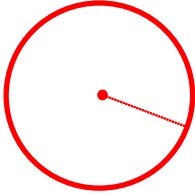
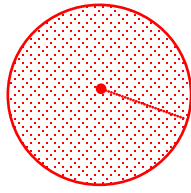
| posizioni reciproche di due circonferenze                     |   |  |
|---|---|--|
|   |   |  |
| $\overline{C_1C_2} > R + r$<br>circonferenze esterne          | $\overline{C_1C_2} = R + r$<br>circonferenze tangenti esterne | $R - r < \overline{C_1C_2} < R + r$<br>circonferenze secanti |
|   |   |  |
| $\overline{C_1C_2} = R - r$<br>circonferenze tangenti interne | $\overline{C_1C_2} < R - r$<br>circonferenze interne          | $\overline{C_1C_2} = 0$<br>circonferenze concentriche        |

| asse radicale di due circonferenze  |  |  |
|---|--|--|
| L'asse radicale di due circonferenze non concentriche è la retta del piano, luogo geometrico dei punti aventi la stessa <u>potenza</u> rispetto ai centri delle due circonferenze |  |  |
|   |  |  |

# Circonferenza

| ricerca dell'equazione dell'asse radicale   |   |
|---|---|
| $x^2 + y^2 + a_1x + b_1y + c = 0$ $x^2 + y^2 + a_2x + b_2y + c = 0$                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>date le equazioni delle due circonferenze non concentriche</li> </ul>                  |
| $\begin{cases} x^2 + y^2 + a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ -x^2 - y^2 - a_2x - b_2y - c_2 = 0 \end{cases}$ | <ul style="list-style-type: none"> <li>si sottrae, termine per termine, la seconda equazione dalla prima</li> </ul>           |
| $(a_1 - a_2)x + (b_1 - b_2)y + c_1 - c_2 = 0$   | <ul style="list-style-type: none"> <li>si ottiene l'equazione dell'asse radicale delle due circonferenze assegnate</li> </ul> |

| osservazioni  |
|---|
| <p>l'asse radicale è sempre ortogonale al segmento <math>\overline{C_1C_2}</math> che unisce i centri delle due circonferenze. Inoltre:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>se le due circonferenze sono <u>secanti</u>, l'asse radicale è alla retta passante per i due punti di intersezione</li> <li>se le circonferenze sono <u>tangenti</u>, l'asse radicale è la retta tangente alle due circonferenze nel punto comune</li> </ul> |
| <p> l'asse radicale consente di trovare gli eventuali punti di intersezione tra due circonferenze mettendo a sistema l'equazione dell'asse stesso con l'equazione di una delle due circonferenze</p>   |

| lunghezza della circonferenza |  | area del cerchio di raggio r |  |
|-------------------------------|--|------------------------------|--|
| $l = 2\pi r$                  |  | $\mathcal{A} = \pi r^2$      |  |