

Logaritmi

definizione

il logaritmo di un numero è l'esponente x da dare alla base a per ottenere l'argomento b cioè: $a^x = b$

$\log_a(b) = x$	a si chiama base	la base a deve essere: $a > 0$ e $a \neq 1$
	b si chiama argomento	l'argomento b deve essere: $b > 0$
si legge: logaritmo in base a di b		il logaritmo x è un numero reale \mathbb{R}

proprietà

$\log_a(a) = 1$	$\log_a(1) = 0$	$a^x > 0$
-----------------	-----------------	-----------

teoremi principali sui logaritmi

$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$	teorema del prodotto	$\log_2(3 \cdot x) = \log_2(3) + \log_2(x)$
$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$	teorema del rapporto	$\log_2\left(\frac{x}{3}\right) = \log_2(x) - \log_2(3)$
$\log_a(b^c) = c \log_a(b)$	teorema della potenza	$\log_2(x^3) = 3 \log_2(x)$

proprietà derivate dai teoremi principali

$\log_{a^n}(b^m) = \frac{m}{n} \log_a b$	potenza alla base e all'argomento	$\log_{2^3}(x^4) = \frac{4}{3} \log_2(x)$
$\log_{\frac{1}{a}}(b) = \log_{a^{-1}}(b) = -\log_a(b)$	base frazionaria	$\log_{\frac{1}{2}}(x) = -\log_2(x)$
$\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = \log_a(b^{-1}) = -\log_a(b)$	argomento frazionario	$\log_2\left(\frac{1}{x}\right) = -\log_2(x)$
$\log_{\frac{1}{a}}\left(\frac{1}{b}\right) = \log_{a^{-1}}(b^{-1}) = \log_a(b)$	base e argomento frazionario	$\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right) = \log_2(x)$
$\log_a(b) = \frac{1}{\log_b(a)}$	scambiare la base con l'argomento	$\log_x(2) = \frac{1}{\log_2(x)}$
$\log_a(b) = \frac{\log_c(b)}{\log_c(a)}$	formula del cambio di base	$\log_3(x) = \frac{\log_2(x)}{\log_2(3)}$ $\log_2(5) = \frac{\log_7(5)}{\log_7(2)}$
$n = \log_a(a^n)$	trasformare un numero n in logaritmo in base a	$5 = \log_2(2^5)$ $3 = \log_4(4^3)$
$n = a^{\log_a(n)}$	trasformare un numero n in potenza	$5 = 2^{\log_2(5)}$ $3 = 4^{\log_4(3)}$



con il simbolo $\ln(x)$ si indica il logaritmo in base e dove $e = 2,71828182845 \dots$ detto "numero di Nepero"



sulle calcolatrici scientifiche sono presenti i tasti **log** e **ln** che consentono di calcolare i logaritmi in base 10 e in base "e". Per calcolare un logaritmo in una base diversa è necessario utilizzare la formula del cambio di base

grafici delle funzioni logaritmo ed esponenziale

$y = \log_a(x)$ logaritmo con base $a > 1$	$y = \log_a(x)$ logaritmo con base $0 < a < 1$	$y = a^x$ esponenziale con base $a > 1$	$y = a^x$ esponenziale a base $0 < a < 1$