$\sqrt{2}$ è un numero irrazionale

enunciato

$\sqrt{2}$ è un numero irrazionale cioè $\sqrt{2}$ **non** si può esprimere come rapporto tra due numeri naturali m ed n (con $n \neq 0$)	$\sqrt{2} \neq \frac{m}{n}$ con $m, n \in N$ ed $n \neq 0$

dimostrazione

Con un **ragionamento per assurdo**, neghiamo la tesi e supponiamo che $\sqrt{2}$ sia un numero razionale, cioè che esistono due numeri naturali $\boldsymbol{m}$ ed $\boldsymbol{n}$ (con $n \neq 0$) tali che $\sqrt{2}$ è uguale al loro rapporto.	$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$
Eleviamo al quadrato primo e secondo membro.	$2 = \frac{m^2}{n^2}$
Moltiplichiamo entrambi i membri per n^2.	$2 \cdot n^2 = \frac{m^2}{n^2} \cdot n^2$
Semplifichiamo n^2 al secondo membro. L'**uguaglianza** così ottenuta è **falsa** perché il primo membro contiene il "2" un numero dispari di volte mentre il secondo membro contiene il "2" un numero pari di volte**.**	$\boldsymbol{2 \cdot n^2 = m^2}$
Il primo membro è formato dal prodotto di un "2" con $\boldsymbol{n^2}$. Quest'ultimo è un numero **naturale** elevato al quadrato e, in quanto tale, contiene il "2" un numero pari di volte *(vedi l'osservazione in basso).* Quindi, in totale, il primo membro contiene il "2" un numero **dispari** di volte.	$\boldsymbol{2 \cdot n^2}$ contiene il **2** un numero **dispari** di volte
Il secondo membro $\boldsymbol{m^2}$, essendo un numero **naturale** elevato al quadrato, contiene il "2" un numero **pari** di volte *(vedi l'osservazione in basso)*.	$\boldsymbol{m^2}$ contiene il **2** un numero **pari** di volte
Dunque, l'uguaglianza che si ottiene **negando** la tesi è **falsa**; ciò vuol dire che la tesi **non** può essere negata, quindi deve essere **necessariamente vera** e pertanto: **$\sqrt{2}$ è un numero irrazionale**	$\boldsymbol{2 \cdot n^2 \neq m^2} \rightarrow \boldsymbol{\sqrt{2} \neq \frac{m}{n}}$

osservazione

Mostriamo, con degli esempi, che il quadrato di un **numero naturale** contiene nei suoi fattori primi il "**2**" un numero **pari** di volte; ciò vuol dire che nella potenza di base "**2**" l'esponente è sempre un numero pari (0, 2, 4, 6, 8).

numero naturale	numero al quadrato	fattori primi del quadrato	quante volte è contenuto il "**2**"
2	$(2^1)^2$	2^2	2
3	$(3^1)^2$	$2^0 \cdot 3^2$	0
4	$(2^2)^2$	2^4	4
8	$(2^3)^2$	2^6	6
10	$(2^1 \cdot 5^1)^2$	$2^2 \cdot 5^2$	2