

Formula risolutiva dell'equazione di II grado

enunciato

Le radici dell'equazione di II grado

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{con } a \neq 0$$

si ottengono applicando la formula risolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

dimostrazione

Consideriamo l'equazione di II grado:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Moltiplichiamo per $4a$ il primo e il secondo membro:

$$4a \cdot (ax^2 + bx + c) = 4a \cdot 0$$

Sviluppiamo i calcoli:

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

Sottraiamo $4ac$ al primo e al secondo membro

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac - 4ac = 0 - 4ac$$

Semplificando al primo membro i termini opposti $+4ac$ e $-4ac$ si ottiene:

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

Sommiamo b^2 al primo e al secondo membro:

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = +b^2 - 4ac$$

Osserviamo che il primo membro è lo sviluppo del quadrato del binomio $(2ax + b)$.

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

Estraiamo la radice quadrata al primo e al secondo membro:

$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

Sottraiamo b al primo e al secondo membro e semplifichiamo al primo membro $+b$ e $-b$:

$$2ax + b - b = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

Dividiamo per $2a$ il primo e il secondo membro:

$$\frac{2a}{2a}x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Semplificando $2a$ al primo membro otteniamo la formula risolutiva dell'equazione di II grado.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$