Equazioni binomie - biquadratiche - trinomie

equazioni binomie

$$ax^n + b = 0 \rightarrow x^n = -\frac{b}{a} \begin{cases} n = \text{pari} & x = \pm \sqrt[n]{-\frac{b}{a}} \\ n = \text{dispari} & x = \sqrt[n]{-\frac{b}{a}} \end{cases}$$

ha due soluzioni (opposte) solo se il radicando è maggiore o uguale a 0
 ha una soluzione ed il segno dipende dal segno del radicando

cosa è: un'equazione si dice **binomia** se è formata da un termine di grado n ed un termine noto

come si risolve: si ricava x^n e si estrae la radice algebrica n-sima distinguendo i casi con n pari e quelli con n dispari

esempi caso n pari

- $2x^6 - 16 = 0 \rightarrow 2x^6 = 16 \rightarrow x^6 = 8 \rightarrow x = \pm \sqrt[6]{8} \rightarrow x = \pm \sqrt[6]{2^3} \rightarrow x = \pm \sqrt{2}$
- $2x^6 + 16 = 0 \rightarrow 2x^6 = -16 \rightarrow x^6 = -8 \rightarrow x = \pm \sqrt[6]{-8} \rightarrow$ nessuna soluzione

esempi caso n dispari

- $2x^3 - 16 = 0 \rightarrow 2x^3 = 16 \rightarrow x^3 = 8 \rightarrow x = \sqrt[3]{8} \rightarrow x = 2$
- $2x^3 + 16 = 0 \rightarrow 2x^3 = -16 \rightarrow x^3 = -8 \rightarrow x = \sqrt[3]{-8} \rightarrow x = -2$

equazioni biquadratiche

$$ax^4 + bx^2 + c = 0 \quad x^2 = t \rightarrow at^2 + bt + c = 0 \begin{cases} t_1 \rightarrow x^2 = t_1 \\ t_2 \rightarrow x^2 = t_2 \end{cases}$$

cosa è: un'equazione si dice **biquadratica** se è formata da un termine di 4° grado uno di 2° grado ed un termine noto

come si risolve: si sostituisce la x^2 con la variabile t ottenendo una equazione di 2° grado in t che risolta da' origine a due equazioni binomie. Le soluzioni delle equazioni binomie sono le soluzioni della equazione biquadratica data

esempio di 4 soluzioni: caso t_1 e t_2 positivi

$$x^4 - 8x^2 + 7 = 0 \quad x^2 = t \rightarrow t^2 - 8t + 7 = 0 \begin{cases} t_1 = 2 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm \sqrt{2} \\ t_2 = 7 \rightarrow x^2 = 7 \rightarrow x = \pm \sqrt{7} \end{cases}$$

esempio di 2 soluzioni: caso t_1 negativo e t_2 positivo (o viceversa)

$$x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \quad x^2 = t \rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \begin{cases} t_1 = -3 \rightarrow x^2 = -3 \rightarrow x = \text{nessuna soluzione} \\ t_2 = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm \sqrt{1} = \pm 1 \end{cases}$$

esempio di nessuna soluzione: caso t_1 e t_2 negativi

$$x^4 + 3x^2 + 2 = 0 \quad x^2 = t \rightarrow t^2 + 3t + 2 = 0 \begin{cases} t_1 = -2 \rightarrow x^2 = -2 \rightarrow x = \text{nessuna soluzione} \\ t_2 = -1 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow x = \text{nessuna soluzione} \end{cases}$$

equazioni trinomie

$$ax^{2n} + bx^n + c = 0 \quad x^n = t \rightarrow at^2 + bt + c = 0 \begin{cases} t_1 \rightarrow x^n = t_1 \\ t_2 \rightarrow x^n = t_2 \end{cases}$$

cosa è: un'equazione si dice **trinomia** se è formata da un termine di grado 2n uno di grado n ed un termine noto

come si risolve: si sostituisce la x^n con la nuova variabile t ottenendo una equazione di 2° grado in t che risolta da' origine a due equazioni binomie. Le soluzioni delle equazioni binomie sono le soluzioni della equazione trinomia data

esempio

$$x^6 - 2x^3 - 8 = 0 \quad x^3 = t \rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0 \begin{cases} t_1 = -2 \rightarrow x^3 = -2 \rightarrow x = \sqrt[3]{-2} \\ t_2 = 4 \rightarrow x^3 = 4 \rightarrow x = \sqrt[3]{4} \end{cases}$$

$$x^8 - 2x^4 - 8 = 0 \quad x^4 = t \rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0 \begin{cases} t_1 = -2 \rightarrow x^4 = -2 \rightarrow x = \text{nessuna soluzione} \\ t_2 = 4 \rightarrow x^4 = 4 \rightarrow x = \pm \sqrt[4]{4} = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$