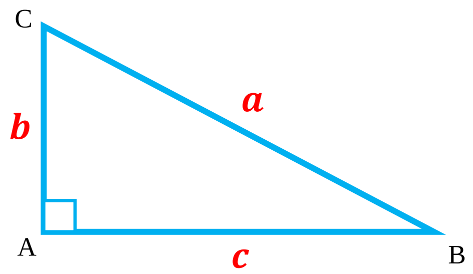
Teorema di Pitagora

PASSED

enunciato

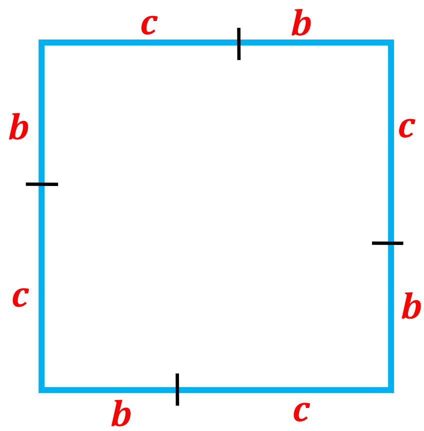
In ogni triangolo rettangolo, l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti:

$$a^2 = b^2 + c^2$$



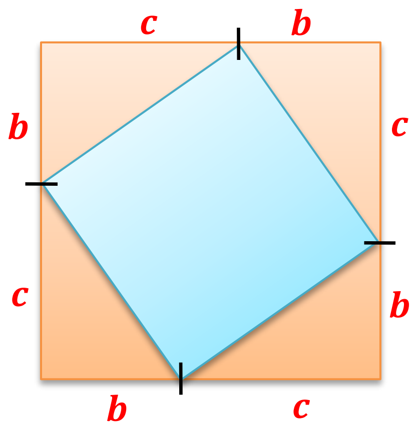
dimostrazione

Costruiamo un quadrato di lato uguale alla somma dei cateti ***b*** e ***c***

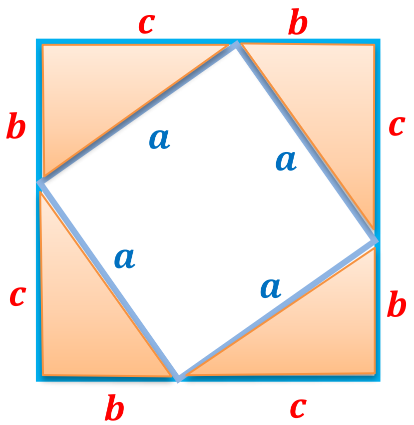


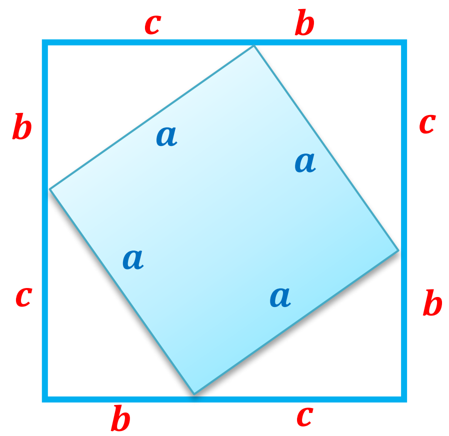
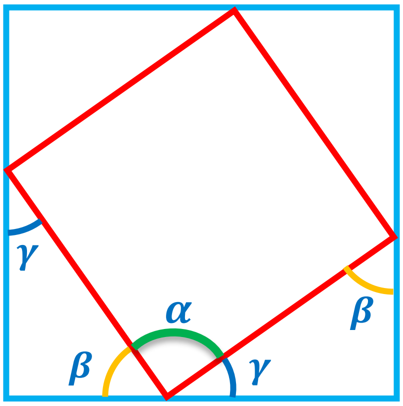
Congiungiamo gli estremi dei segmenti ***b*** e ***c*** ottenendo:

- quattro triangoli rettangoli
- un quadrilatero inscritto



I quattro i triangoli rettangoli sono tra loro congruenti per il primo criterio di congruenza dei triangoli rettangoli perché hanno i due cateti ***b*** e ***c*** congruenti.
Di conseguenza anche le quattro ipotenuse saranno congruenti. Indichiamole con ***a***.



Dimostriamo che il quadrilatero inscritto è un quadrato. Osserviamo che ha i quattro lati "a" congruenti per quanto affermato in precedenza. Affinché sia un quadrato deve avere anche quattro angoli retti.	 *fig. 1*
Dimostriamo, ad esempio, che l'angolo α è retto, infatti osservando la figura si ha: • la somma degli angoli β e γ forma un angolo retto (perché angoli acuti di un triangolo rettangolo) • osservando che la somma degli angoli α β e γ forma un angolo piatto, si deduce che l'angolo α è retto.	
Calcoliamo l'area del quadrato di lato $b+c$ elevando il lato $(b+c)$ al quadrato. (vedi fig. 1)	$A=(b+c)^2$
L'area dello stesso quadrato può anche essere calcolata come somma dell'area del quadrato inscritto di lato a e delle aree dei quattro triangoli rettangoli. (vedi fig. 1)	$A = a^2+\cancel{4}\cdot\dfrac{b\cdot c}{\cancel{2}} = a^2+2bc$
Uguagliamo i due risultati.	$a^2+2bc=(b+c)^2$
Sviluppiamo il quadrato del binomio al secondo membro e semplificando $2bc$ al primo e al secondo membro.	$a^2+\cancel{2bc}=b^2+c^2+\cancel{2bc}$
Otteniamo così la tesi.	$a^2=b^2+c^2$