



**MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA**  
**SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO (AMERICHE)**

ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

**Indirizzo:** SCIENTIFICO

**Tema di:** MATEMATICA

*Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.*

PROBLEMA 1

Nel piano cartesiano  $Oxy$  è data la circonferenza  $\mathcal{C}$  con centro nell'origine  $O$  e raggio  $r = 3$ .

- Si tracci una corda  $\overline{CD}$  perpendicolare al diametro  $\overline{AB}$  con  $A(-3,0)$  e  $B(3,0)$ . Si trovino le coordinate dei punti  $C$  e  $D$  di  $\mathcal{C}$  affinché l'area del triangolo  $ACD$  sia massima.
- Si scrivano le equazioni delle tangenti a  $\mathcal{C}$  nei suoi punti d'ascissa  $x = 1$ .
- Si calcoli, con l'aiuto di una calcolatrice, l'ampiezza, in gradi e primi sessagesimali, dell'angolo  $P\hat{O}Q$ , con  $P(0,3)$  e  $Q(2,\sqrt{5})$ .
- Si calcoli il volume del solido ottenuto dalla rotazione del settore circolare  $POQ$  attorno all'asse  $x$ .

PROBLEMA 2

- Si trovi l'espressione generale di un polinomio  $P(x)$  di 4° grado tale che  $P(-2) = P(2) = 0$  e  $P(x) \geq 0$  per ogni  $x \in R$ .
- Sia  $P(x) = (x^2 - 4)^2$ . In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $Oxy$  si rappresenti l'andamento di  $P(x)$ , determinandone in particolare i valori massimi e minimi e i flessi.
- Si determini l'area della regione piana finita  $R$  compresa tra il grafico di  $P(x)$  e l'asse  $x$ .
- Si inscriba in  $R$  un rettangolo, con uno dei lati sull'asse  $x$ . Come va scelto tale rettangolo affinché esso abbia area massima? Come va scelto tale rettangolo affinché, ruotandolo di un mezzo giro attorno all'asse  $y$ , si ottenga un cilindro di volume massimo?

## QUESTIONARIO

1. Si dimostri che l'equazione:

$$x^{19} + 19x + 11 = 0$$

ha una sola radice compresa fra  $-1$  e  $0$ .

2. Si determini il periodo della funzione  $f(x) = \cos 7x$ .
3. Si scrivano le equazioni di almeno due funzioni razionali fratte che hanno un asintoto obliquo.
4. Si trovi il valore del parametro  $k$  in modo che la curva d'equazione  $y = kx^3 - x + 4$  abbia nel punto d'ascissa  $x = 1$  la tangente orizzontale
5. Si dia una definizione di poliedro regolare. Si dimostri che i poliedri regolari sono, a meno di similitudini, solo 5 e si dica quali sono.
6. Quanti sono i numeri di quattro cifre (distinte tra loro) che è possibile scrivere utilizzando le cifre pari, diverse da zero?
7. Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2}$$

8. Si risolva in  $\mathbb{R}$  la seguente equazione:

$$e^{2x} + e^x = 2$$

---

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.