


 Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

**X02C – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSI SPERIMENTALI

**Tema di: MATEMATICA**

*Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.*

**PROBLEMA 1**

Sia  $f(x) = \sqrt{\ln^2(-x) - \ln x^2 + 1}$  e sia  $g(x) = \sqrt{\ln^2(x) - \ln x^2 + 1}$

1. Si determinino i domini di  $f$  e di  $g$ .
2. Si disegnino, nel medesimo sistema di assi cartesiani ortogonali  $Oxy$ , i grafici di  $f$  e di  $g$ .
3. Si determinino, se esistono, le coordinate degli eventuali punti di discontinuità o di non derivabilità di  $f$  e di  $g$  rispettivamente.
4. Si calcoli l'area compresa tra  $g(x)$  e l'asse  $x$  per  $e \leq x \leq 2e$ .

**PROBLEMA 2**

Siano  $f$  e  $g$  le funzioni definite, per tutti gli  $x$  reali, da

$$f(x) = |8x^3| \quad \text{e} \quad g(x) = \text{sen}(\pi x)$$

1. Fissato un conveniente sistema di riferimento cartesiano  $Oxy$ , si studino  $f$  e  $g$  e se ne disegnino i rispettivi grafici  $G_f$  e  $G_g$ .
2. Si scrivano le equazioni delle rette  $r$  e  $s$  tangenti, rispettivamente, a  $G_f$  e  $G_g$  nel punto di ascissa  $x = \frac{1}{2}$ . Quale è la misura, in gradi e primi sessagesimali, dell'angolo acuto individuato da  $r$  e da  $s$ ?
3. Si calcoli l'area della regione  $R$  racchiusa, tra  $G_f$  e  $G_g$ .
4. Si scrivano, spiegandone il perchè, ma senza calcolarli, gli integrali definiti che forniscono i volumi dei solidi  $K$  e  $W$  ottenuti dalle rotazioni di  $R$ , attorno alle rette  $y=0$  e  $y=-1$ , rispettivamente.


 Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

**X02C – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSI SPERIMENTALI

**Tema di: MATEMATICA**

**QUESTIONARIO**

1. Cosa rappresenta il seguente limite e qual è il suo valore?

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\tan\left(\frac{\pi}{6} + h\right) - \tan\left(\frac{\pi}{6}\right)}{h}$$

2. Si calcoli la derivata diciassettesima di  $f(x) = \cos x$ .
3. Si lancino due dadi. Qual è la probabilità che uno e soltanto uno dei due numeri sia 5?
4. Si scriva l'equazione della retta normale al grafico di  $y = \sin^2 x$  nel punto di ascissa  $x = \frac{\pi}{4}$ .
5. Si mostri che, nello sviluppo di  $(a+b)^n$ , il coefficiente del termine  $a^k b^{n-k}$  è uguale a  $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ .
6. E' noto che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio. Si utilizzi il risultato per calcolare  $\sin \frac{\pi}{10}$ .
7. E' dato un tetraedro regolare di spigolo  $l$  e altezza  $h$ . Si determini l'ampiezza dell'angolo  $\alpha$  formato da  $l$  e da  $h$ .
8. Fra le piramidi rette a base quadrata di assegnata superficie laterale  $S$ , si determini quella di volume massimo.
9. Il problema di Erone (matematico alessandrino vissuto probabilmente nella seconda metà del I secolo d.C.) consiste, assegnati nel piano due punti A e B, situati dalla stessa parte rispetto ad una retta  $r$ , nel determinare il cammino minimo che congiunge A con B toccando  $r$ . Si risolva il problema nel modo che si preferisce.
10. Quale delle seguenti funzioni è positiva per ogni  $x$  reale?

A)  $\cos(\sin(x^2 + 1))$     B)  $\sin(\cos(x^2 + 1))$     C)  $\sin(\ln(x^2 + 1))$     D)  $\cos(\ln(x^2 + 1))$ .

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.