

## Problemi di geometria sui criteri di congruenza

1	E' dato il triangolo isoscele $ABC$ ; sulla base $AB$ si prendano i punti $R$ e $S$ tali che $AR \cong BS$ . Dimostrare che il triangolo $CSR$ è isoscele.
2	Dato un triangolo $ABC$ , si prolunghi la mediana $AM$ di un segmento $MP \cong AM$ . Dimostrare che $BP \cong AC$ e $PC \cong AB$ .
3	E' dato il triangolo isoscele $ABC$ ; si prolunghi la base $AB$ da ambo le parti, e su detti prolungamenti si prendano due punti $D$ ed $E$ tali che $AD \cong BE$ . Dimostrare che $CDE$ è un triangolo isoscele.
4	I triangoli $ABC$ e $PQR$ sono equilateri ed è $AB \cong PQ$ . Dimostrare che i due triangoli sono congruenti.
5	E' dato un triangolo isoscele; dimostrare che i punti medi dei lati sono vertici di un triangolo isoscele.
6	Dimostra che in ogni triangolo isoscele le mediane relative ai lati uguali sono uguali.
7	Dimostra che in ogni triangolo isoscele le bisettrici relative agli angoli uguali sono uguali.
8	Nel triangolo isoscele $ABC$ , di base $AB$ , sia $G$ il punto di incontro delle mediane $AM$ e $BN$ relative ai lati uguali; dimostra che i triangoli $AGN$ e $BGM$ sono uguali.
9	Del triangolo isoscele $ABC$ , di base $AB$ , sia $CD$ la bisettrice dell'angolo $\hat{A}CB$ . Considera sui lati obliqui $AC$ e $BC$ , rispettivamente, due punti $P$ e $Q$ tali che $AP \cong BQ$ . Dimostra che il triangolo $PDQ$ è isoscele.
10	Sia $X\hat{O}Y$ un angolo la cui bisettrice è $OM$ ; sui lati $OX$ e $OY$ si considerino rispettivamente i punti $A$ e $B$ tali che $OA \cong OB$ e sia $C$ il punto di intersezione di $OM$ con $AB$ . Dimostrare che $AC \cong BC$ .
11	Sia $OM$ la bisettrice di un angolo qualsiasi di vertice $\hat{O}$ ; sui lati dell'angolo si prendano due segmenti congruenti $OA$ e $OB$ . Dimostrare che le congiungenti i punti $A$ e $B$ con un punto qualunque $C$ della bisettrice $OM$ sono congruenti.
12	Del triangolo isoscele $ABC$ si consideri la mediana $AH$ relativa alla base $BC$ ed un suo punto $P$ ; la retta $BP$ incontra $AC$ in $K$ e la retta $CP$ incontra $AB$ in $T$ . Dimostrare che $BK$ è congruente a $CT$ .
13	Si prolunghi l'altezza $AH$ del triangolo $ABC$ di un segmento $HP \cong AH$ . Dimostrare che i triangoli $ABP$ e $ACP$ sono isosceli.
14	Sia $AM$ una mediana del triangolo qualunque $ABC$ . Sul prolungamento di $AM$ dalla parte di $M$ si costruisca un segmento $MP \cong AM$ . Dimostrare che il triangolo $ACM$ è congruente al triangolo $BMP$ .
15	Si conducano le bisettrici di due angoli di un triangolo equilatero e si congiunga il loro punto di intersezione con i tre vertici; dimostrare che si ottengono tre triangoli congruenti tra loro.
16	Dimostra che due triangoli rettangoli isosceli aventi l'ipotenusa congruente sono congruenti.
17	Disegna un triangolo equilatero $ABC$ e indica con $O$ l'ortocentro. Dimostra che i triangoli $AOB$ , $AOC$ e $BOC$ sono congruenti.
18	Dimostra che in un triangolo isoscele $ABC$ di base $AB$ , le bisettrici $AE$ e $BF$ sono congruenti.

## Problemi di geometria sui criteri di congruenza

19	Un triangolo isoscele è diviso in due triangoli dalla bisettrice relativa all'angolo al vertice. Dimostra che i due triangoli sono congruenti.
20	Dimostra che due triangoli isosceli aventi rispettivamente congruenti la base e l'angolo al vertice sono congruenti.
21	Dimostra che due triangoli isosceli sono congruenti se hanno congruenti la base e uno degli angoli ad essa adiacenti.
22	Dato un triangolo equilatero, congiungi i punti medi dei suoi lati e dimostra che il triangolo dato risulta diviso in quattro triangoli equilateri congruenti fra loro.
23	Dimostra che in ogni triangolo isoscele le altezze relative ai lati congruenti sono congruenti tra loro.
24	Considera un triangolo isoscele e congiungi fra loro i punti medi dei lati. Dimostra che i quattro triangoli che si formano sono isosceli e congruenti.
25	Dato l'asse $r$ di un segmento $AB$ , segna un punto qualsiasi $P$ dell'asse stesso, non appartenente al segmento $AB$ . Dimostra che i triangoli $PMA$ e $PMB$ sono congruenti.
26	Sia $r$ una qualsiasi retta passante per il punto medio $O$ di un segmento $AB$ e siano $OM$ e $ON$ le proiezioni di $AO$ e $BO$ sulla retta. Dimostra che i triangoli $AOM$ e $BON$ sono congruenti.
27	Sia $ABC$ un triangolo isoscele sulla base $AB$ . Considera un punto $P$ sulla bisettrice dell'angolo $\hat{A}CB$ e congiungilo con i vertici $A$ e $B$ . Dimostra che i triangoli $APC$ e $BPC$ sono congruenti.
28	Sulla bisettrice $AD$ dell'angolo $\hat{A}$ di un triangolo $ABC$ , prendi i segmenti $AE \cong AB$ e $AF \cong AC$ . Dimostra che $BF \cong CE$ .
29	Nel triangolo isoscele $ABC$ di base $AB$ , conduci dai vertici $A$ e $B$ le altezze $AH$ e $BK$ relative ai lati $BC$ e $AC$ . Dimostra che i triangoli $ABH$ e $ABK$ risultano congruenti.
30	Date due rette incidenti in $O$ , porta su una stessa retta e da parti opposte rispetto a $O$ i segmenti $OA$ o $OB$ congruenti fra loro; sull'altra retta porta, sempre da parti opposte rispetto a $O$ , i segmenti congruenti fra loro, ma non ai precedenti, $OC$ e $OD$ . Dimostra che i triangoli $OAC$ e $OBD$ sono congruenti.
31	È dato il segmento $AB$ e il suo punto medio $O$ ; in $A$ e in $B$ da parte opposta rispetto ad $AB$ conduci le semirette $AX$ e $BZ$ formanti due angoli congruenti con $AB$ . Per il punto $O$ conduci una prima retta che intersechi $AX$ in $C$ e $BZ$ in $D$ , poi una seconda retta che intersechi $AX$ in $E$ e $BZ$ in $F$ . Dimostra che si ha: $AC \cong BD$ ; $CE \cong DF$ ; $CF \cong DE$ .
32	Dati due segmenti congruenti e paralleli $AB$ e $A'B'$ , congiungi $A$ con $B'$ e $B$ con $A'$ . Sia $O$ il punto di intersezione dei segmenti $AB'$ e $BA'$ . Dimostra che i triangoli $AOB$ e $A'OB'$ sono congruenti.
33	Sia $P$ un punto della bisettrice $AR$ dell'angolo $\hat{B}AC$ . Da $P$ conduci il segmento $PS$ , perpendicolare ad $AB$ , e il segmento $PT$ , perpendicolare a $AC$ . Dimostra che i triangoli $ASP$ e $ATP$ sono congruenti.
34	Sia $ABC$ un triangolo isoscele sulla base $BC$ . Traccia per il vertice $A$ la retta $r$ parallela alla base $BC$ . Da ciascuno dei vertici $B$ e $C$ traccia la perpendicolare a tale retta $r$ . Tali perpendicolari intersecano la retta $r$ rispettivamente nei punti $D$ e $E$ . Dimostra che i triangoli rettangoli $ADB$ e $AEC$ sono congruenti.
35	Dimostra che due triangoli sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti un lato e i due angoli esterni aventi il vertice negli estremi di questo lato.

## Problemi di geometria sui criteri di congruenza

36	Sui lati $a$ e $b$ di un angolo $a\hat{O}b$ considera due punti $A$ e $B$ tali che $OA \cong OB$ . Dimostra che, comunque si prenda un punto $P$ appartenente alla bisettrice di $a\hat{O}b$ , i due triangoli $OPA$ e $OPB$ sono congruenti. Considera poi due punti $R \in a$ ed $S \in b$ tali che $R \notin OA, S \notin OB$ e $RA \cong SB$ ; dimostra che $RP \cong SP$ .
37	Dato un triangolo $ABC$ , traccia una semiretta con origine in $B$ , appartenente al semipiano avente come origine la retta $AB$ e che non contiene il punto $C$ , tale da formare con $AB$ un angolo congruente all'angolo $C\hat{A}B$ . Detto $C'$ il punto di intersezione del prolungamento della mediana $CM$ con tale semiretta, dimostra che $AC \cong BC'$ .
38	Dimostra che se in un triangolo $ABC$ l'altezza $AH$ relativa al lato $BC$ è anche la bisettrice dell'angolo $C\hat{A}B$ , allora il triangolo $ABC$ è isoscele.
39	Considera il triangolo isoscele $ABC$ di base $AB$ e conduci dai vertici $A$ e $B$ le perpendicolari ai lati $AC$ e $BC$ . Sia $E$ il loro punto di intersezione. Congiungi $E$ con $C$ e dimostra che i triangoli $AEC$ e $BEC$ sono congruenti.
40	Considera un angolo $A\hat{O}B$ . Fissa sul lato $AO$ i punti $M$ e $N$ e sul lato $BO$ i punti $P$ e $Q$ in modo che sia $OM \cong OP$ e $ON \cong OQ$ . Congiungi $N$ con $P$ e $M$ con $Q$ . Dimostra che i triangoli $NOP$ e $QOM$ sono congruenti.
41	Siano $ABC$ e $ABC'$ due triangoli isosceli aventi base comune $AB$ e appartenenti a semipiani opposti aventi come origine la retta $AB$ . Dimostra che $CC'$ è bisettrice degli angoli $A\hat{C}B$ e $A\hat{C}'B$ .
42	Dimostra che due quadrilateri convessi $ABCD$ e $A'B'C'D'$ che hanno i lati ordinatamente congruenti e $\hat{A} \cong \hat{A}'$ sono congruenti.
43	Sia dato il triangolo $ABC$ . Sul prolungamento del lato $AB$ , dalla parte di $A$ , prendi il segmento $AH$ tale che $HA \cong AB$ , e sul prolungamento del lato $CA$ , dalla parte di $A$ , prendi il segmento $AK$ tale che $AK \cong CA$ . Dimostra che il triangolo $ABC$ è congruente al triangolo $AHK$ .
44	Sia $O$ il punto medio del segmento $AB$ . Per $O$ traccia una retta qualsiasi $s$ e costruisci su di essa, da parti opposte rispetto ad $O$ , due segmenti congruenti $OH$ e $OK$ . Dimostra che i due triangoli $OBH$ e $OAK$ sono congruenti.
45	Un quadrilatero $ABCD$ è tale che $A\hat{D}B \cong B\hat{D}C$ . Dimostra che, se sulla diagonale $BD$ esiste un punto $P$ tale che $A\hat{P}B \cong B\hat{P}C$ , allora i due triangoli $ADC$ e $ABC$ sono congruenti.

### criterio di congruenza dei triangoli rettangoli

46	Sia $ABC$ un triangolo isoscele sulla base $AB$ . Dimostra che gli assi di $AC$ e $BC$ si incontrano in un punto $P$ che appartiene alla bisettrice dell'angolo $A\hat{C}B$ .
47	Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti un angolo acuto e la bisettrice uscente dal vertice di quest'angolo.
48	Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti un cateto e la bisettrice dell'angolo acuto adiacente.
49	Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti un cateto e la mediana ad esso relativa.
50	Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti l'altezza relativa all'ipotenusa e la bisettrice dell'angolo retto.