

Problemi di geometria

quadrilateri particolari

trapezio

1	Dimostra che i punti medi dei lati di un trapezio isoscele sono i vertici di un rombo.
2	Dimostra che in un trapezio isoscele le diagonali sono congruenti.
3	Dimostra che le diagonali di un trapezio isoscele si dividono scambievolmente a metà e dividono, inoltre, il trapezio in quattro triangoli di cui due congruenti e due isosceli.
4	Dimostra che le proiezioni dei lati obliqui di un trapezio isoscele sopra una retta parallela alle basi sono congruenti.
5	Dimostra che in un trapezio isoscele la congiungente i punti medi delle basi è perpendi-colare ad esse.
6	Dimostra che due trapezi rettangoli che hanno ordinatamente congruenti la base minore, l'altezza e l'angolo acuto sono congruenti.

parallelogramma

7	Dimostra che due parallelogrammi sono congruenti se hanno i lati e due altezze corrispondenti congruenti.
8	Dimostra che le bisettrici degli angoli di un parallelogramma, incontrandosi, formano un rettangolo.
9	Traccia due rette qualsiasi a e b passanti per il centro di un parallelogramma (punto di incontro delle diagonali). Congiungi tra loro i quattro punti di incontro di queste rette con i lati del parallelogramma. Dimostra che la figura così ottenuta, che ha i vertici sui lati del parallelogramma dato, cioè è in esso inscritta, è a sua volta un parallelogramma.
10	Nel parallelogramma $ABCD$ traccia le bisettrici AP e BP degli angoli \hat{A} e \hat{B} . Verifica che tali bisettrici sono perpendicolari e cioè che il triangolo PAB è rettangolo.
11	Due rette r e s si intersecano in P . Stacca su r , a partire da P e da parti opposte, i segmenti congruenti PA e PA' e su s i segmenti congruenti PB e PB' . Dimostra che $ABA'B'$ è un parallelogramma.
12	In un parallelogramma prendi su ciascun lato, a partire da ciascun vertice e nello stesso verso, segmenti uguali, e congiungi consecutivamente gli estremi di questo. Dimostra che si ottiene così un altro parallelogramma.

rettangolo

13	Per un punto di un lato di un rettangolo conduci le parallele alle diagonali che individuano con le diagonali stesse un parallelogramma. Verifica che il perimetro del parallelogramma così ottenuto è congruente a una diagonale del rettangolo.
14	Verifica che se da un generico punto dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo si conducono le parallele ai cateti, tali parallele individuano un rettangolo con i cateti del triangolo.

Problemi di geometria

quadrilateri particolari

15	Sia ABC un triangolo isoscele di vertice A . Siano D e E due punti sul prolungamento di AB e CA tali che: $DA \cong AB \cong CA \cong AE$. Verifica che il quadrilatero $BCDE$ è un rettangolo.
16	Sia $ABCD$ un rettangolo. Prolunga il lato AB di un segmento $BE \cong BC$, il lato BC di un segmento $CF \cong CD$, il lato CD di un segmento $DG \cong DA$ e il lato DA di un segmento $AH \cong AB$. Dimostra che il quadrilatero $HEFG$ è un parallelogramma.
17	Sia $ABCD$ un rettangolo. Considera due parallele equidistanti dalla diagonale AC che intersecano rispettivamente in E e F i lati AB e CD del rettangolo. Siano N e Q i punti di intersezione di tali rette con BC e DA . Dimostra che il quadrilatero $ENFQ$ è un parallelogramma avente lo stesso centro del rettangolo $ABCD$.

rombo

18	Dagli estremi di due segmenti congruenti, che si tagliano nel loro punto medio, conduci le perpendicolari ai due segmenti. Verifica che il quadrilatero che si ottiene è un rombo.
19	Nel rombo $ABCD$ l'angolo $\hat{A} \cong 2\hat{B}$. Dimostra che la diagonale minore AC è congruente al lato del rombo.
20	Sia dato un rombo in cui un angolo è il doppio di un altro. Dimostra che la diagonale minore divide il rombo in due triangoli equilateri.
21	Dimostra che un parallelogramma $ABCD$ è un rombo se la distanza delle rette parallele a cui appartengono i lati opposti AB e CD è uguale a quella delle rette parallele a cui appartengono BC e DA .
22	Sui lati di un rettangolo $ABCD$ ed esternamente ad esso si considerino i triangoli equilateri AEB, BFC, CGD, DHA . Dimostra che $EFGH$ è un rombo le cui diagonali appartengono agli assi dei lati del rettangolo.
23	Siano R e S due punti appartenenti alla diagonale minore BD di un rombo $ABCD$ e siano questi due punti equidistanti da O , punto di intersezione delle due diagonali. Verifica che il quadrilatero $ARCS$ è un rombo.

quadrato

24	Sia $ABCD$ un quadrato. Prendi i punti P, Q, R e S , rispettivamente sui lati AB, BC, CD e DA , tali che $AP \cong BQ \cong CR \cong DS$. Dimostra che $PQRS$ è un quadrato.
25	Dato un quadrato $ABCD$, traccia la diagonale AC e su essa prendi il segmento CO congruente al lato. Detto E il punto d'intersezione della retta BO con il lato AD , dimostra che $OA \cong AE$ e che i due triangoli OCB e OAE sono equiangoli.
26	Sia $ABCD$ un quadrato. Prolunga i suoi lati AB, BC, CD e DA rispettivamente di quattro segmenti congruenti tra loro BP, CQ, DR, AS . Dimostra che $PQRS$ è anch'esso un quadrato.
27	Sia $ABCD$ un quadrato. Prolunga il lato AB di un segmento BE e il suo lato BC di un segmento $CF \cong AE$. Dimostra che il triangolo DEF è isoscele e rettangolo.
28	Sia ABC un triangolo e sia AM la mediana relativa al lato BC . Si prolunghi AM , dalla parte di M , di un segmento $MD \cong AM$. Dimostra che $ABCD$ è un parallelogramma. Stabilisci, inoltre, come deve essere il triangolo ABC affinché $ABCD$ sia un rombo oppure un rettangolo. Come deve essere il triangolo ABC affinché $ABCD$ sia un quadrato?

Problemi di geometria

quadrilateri particolari

problemi di riepilogo	
29	Dimostra che un trapezio che abbia tre lati congruenti ha le diagonali che sono le bisettrici degli angoli adiacenti al quarto lato.
30	Verifica che il segmento che unisce i punti medi dei lati obliqui di un trapezio dimezza pure le diagonali.
31	Dimostra che due trapezi sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti le basi, un lato obliquo e una diagonale.
32	Verifica che il segmento che unisce i punti medi delle diagonali di un trapezio è congruente alla semidifferenza delle basi.
33	Nel trapezio $ABCD$ la base minore AB è congruente alla somma dei lati obliqui DA e BC . Verifica che le bisettrici degli angoli \hat{D} e \hat{C} si intersecano in un punto di AB .
34	Nel trapezio rettangolo $ABCD$ prolunga il lato obliquo BC fino ad incontrare in E il prolungamento del lato AD . Dal vertice C conduci la perpendicolare alla base maggiore AB e indica con H il loro punto d'intersezione. Sapendo che H è il punto medio di AB , dimostra che i triangoli HBC e CDE sono congruenti.
35	Sia $ABCD$ un trapezio isoscele avente la base maggiore AB doppia della minore CD . Verifica che il segmento MH , congiungente i punti medi dei due lati obliqui, viene diviso in tre parti uguali dalle diagonali del trapezio.
36	Sia $ABCD$ un trapezio rettangolo in A e in D e di base maggiore AB . Preso sulla base AB un punto P tale che $AP \cong DC$ e detto M il punto medio del lato BC , verifica che i triangoli AMD e PBM sono isosceli.
37	Sia $ABCD$ un trapezio rettangolo in A e D . Il lato AD , perpendicolare alle basi, è congruente alla base minore CD che è lunga la metà della base maggiore. Sia CH la distanza di C da AB . Verifica che BD e CH si tagliano scambievolmente a metà nel punto P e che, detto M il punto medio del lato BC , MP è parallela a CD e ne è la metà.
38	Sia $ABCD$ un parallelogramma. Conduci dal vertice A una retta esterna al parallelogramma stesso. Dette E, F, G le proiezioni sulla retta, rispettivamente di D, C, B , verifica che $CF \cong DE + BG$.
39	Dimostra che un parallelogramma viene diviso in due poligoni uguali da ogni retta passante per il punto d'incontro delle sue diagonali.
40	Sia $ABCD$ un parallelogramma (non rettangolo e non rombo). Prolunga la diagonale AC da una parte e dall'altra, di due segmenti $AP \cong CQ$; prolunga anche la diagonale BD , da una parte e dall'altra, di due segmenti $BR \cong DS$. Dimostra che il quadrilatero $PQRS$ è un parallelogramma.
41	Sia ABC un triangolo rettangolo in A , sia AH l'altezza relativa all'ipotenusa. Detti D il simmetrico di H rispetto al cateto AB e E il simmetrico di H rispetto ad AC , dimostra che il quadrilatero $BDEC$ è un trapezio rettangolo.
42	Nel triangolo rettangolo ABC , con base l'ipotenusa AB , traccia i prolungamenti di AB da ambo le parti. Costruisci sul cateto AC del triangolo, esternamente, il quadrato $ACDE$ e sul cateto BC , il quadrato $BFLC$. Conduci dai vertici E e F , i segmenti EK e FT perpendicolari alla retta che contiene AB e dimostra che AB è congruente alla somma di EK e di FT .

Problemi di geometria quadrilateri particolari

43	In un trapezio isoscele le diagonali si tagliano in modo che una parte sia doppia dell'altra. Dimostra che il triangolo isoscele che ha per base la base maggiore del trapezio e per vertice il punto d'incontro dei prolungamenti dei suoi lati obliqui, ha per mediane relative ai lati isometrici le diagonali del trapezio.
44	Considera un rombo e traccia le bisettrici degli angoli formati dalle diagonali del rombo, le quali incontrano i lati del rombo in quattro punti. Dimostra che tali punti sono i vertici di un quadrato.
45	Sia $ABCD$ un trapezio isoscele con la base minore CD congruente ai due lati non paralleli e la base maggiore AB doppia della minore. Dimostra che la parallela t condotta da C al lato AD interseca AB nel suo punto medio. Dimostra inoltre che t è perpendicolare a DB .
46	Sia dato un rombo $ABCD$. Si conducano per i vertici di questo rombo le parallele alle diagonali. Dimostra che il quadrilatero che si ottiene dall'incontro di queste quattro rette è un rettangolo.
47	In un rombo $ABCD$ conduci dal centro O le distanze OE, OF, OG, OH ai quattro lati. Verifica che E, O, G e F, O, H sono rispettivamente allineati e che $EFGH$ è un rettangolo i cui lati hanno per assi le rette delle diagonali del rombo.
48	Dimostra che se in un trapezio gli angoli adiacenti ad una base sono congruenti allora il trapezio è isoscele.
49	Dimostra che in un trapezio isoscele gli estremi di una base e il punto medio dell'altra sono i vertici di un triangolo isoscele.
50	Nel trapezio $ABCD$, rettangolo in A e D , la base maggiore AB è doppia della base minore CD ed è congruente al lato BC . Dimostra che il triangolo ABC è equilatero.
51	È dato il triangolo rettangolo ABC ; sia AD la bisettrice dell'angolo retto A . Preso sul cateto AC un punto E tale che $AE \cong ED$, dimostra che il quadrilatero $ABDE$ è un trapezio rettangolo in A ed E .
52	Dagli estremi A e C della diagonale minore di un parallelogramma $ABCD$ conduci le perpendicolari AH e CK alla diagonale maggiore. Dimostra che $AHCK$ è un parallelogrammo e che DH è congruente a KB .
53	Sia $ABCD$ un parallelogramma ($AB > BC$); dimostra che il punto d'intersezione delle diagonali è equidistante da BC e AD .
54	Dimostra che due parallelogrammi sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti un lato e le due diagonali.
55	Nel triangolo ABC , retto in A , la retta della mediana relativa al cateto AB incontra in D la perpendicolare in B ad AC ; Dimostra che $ADBC$ è un parallelogramma.
56	Da un punto E qualsiasi della base BC del triangolo isoscele ABC conduci le parallele ai lati AB ed AC . Indica con M ed N le intersezioni di tali parallele con AB e AC ; dimostra che $AB \cong ME + EN$.
57	Dimostra che i punti medi dei lati di un parallelogramma sono vertici di un parallelogramma.