Problemi di geometria

sul fascio di rette parallele

1	Dimostra che in un trapezio isoscele i punti medi del lati sono vertici di un quadrato quando l'altezza del trapezio è congruente alla semisomma delle basi.
2	Dimostra che in triangolo la mediana relativa ad un lato e il segmento congiungente i punti medi degli altri due lati si dimezzano scambievolmente.
3	Dimostra che congiungendo i punti medi dei lati successivi di un quadrilatero convesso si ottiene un parallelogramma.
4	Dimostra che, se da un generico punto dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo si conducono le parallele ai cateti, tali parallele individuano, con i cateti del triangolo, un rettangolo.
5	Dimostra che, se dal punto di intersezione delle diagonali di un rettangolo si conduce una retta parallela a due lati opposti, essa è bisettrice dell'angolo delle diagonali.
6	Dimostra che, congiungendo i punti medi dei lati successivi di un trapezio isoscele, il quadrilatero che si ottiene è un rombo.
7	Dimostra che il segmento che unisce i punti medi delle diagonali di un trapezio è congruente alla semidifferenza delle basi.
8	Conduci, per un punto di un lato di un rettangolo, le parallele alle diagonali che individuano con le diagonali stesse un parallelogramma. Dimostra che il perimetro del parallelogramma è congruente a una diagonale del rettangolo.
9	Nel rettangolo $ABCD$ indica con E, F, G e H i punti medi dei suoi lati. Dimostra che il quadrilatero $EFGH$ è un rombo.
10	Sia ABC un triangolo e siano P, Q, R i punti medi rispettivamente dei lati AB, BC, CA. Dimostra che i punti C e P sono equidistanti dalla retta QR.
11	Sia ABC un triangolo isoscele. Dimostra che i segmenti che congiungono il punto medio della base del triangolo con i punti medi degli altri due lati formano, con la parallela alla base condotta dal vertice, un triangolo congruente al triangolo dato ABC.
12	Sia ABC un triangolo qualunque. Prolunga il lato AC, dalla parte di A, di un segmento $AD \cong AC$. Dimostra che il segmento DB è parallelo alla mediana condotta dal vertice A e relativa al lato BC del triangolo.
13	Nel parallelogramma $ABCD$, sia O il punto di intersezione delle diagonali. Indica con E, F, G, H i punti medi dei segmenti OA, OB, OC e OD. Dimostra che il quadrilatero $EFGH$ è ancora un parallelogramma.

Problemi di geometria

sul fascio di rette parallele

14	Sia $ABCD$ un parallelogramma. Prolunga il lato AB di un segmento $BE \cong AD$ e il lato AD di un segmento $DF \cong AB$. Dimostra che i punti E, C e F sono allineati.
15	Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB. Prolunga i suoi lati CA e BC, dalla parte di C, di due segmenti CD e CE congruenti ai lati stessi e dimostra che il quadrilatero $ABDE$ è un rettangolo.
16	Sia ABCD un trapezio isoscele avente la base maggiore AB doppia della base minore CD. Sia M il punto medio del lato obliquo AD e sia N il punto medio del lato obliquo BC. Dimostra che il segmento MN, congiungente i punti medi dei lati obliqui, viene diviso in tre segmenti congruenti dalle diagonali del trapezio AC e BD.
17	Sia $ABCD$ un quadrato. Costruisci sul lato CD, internamente al quadrato, un triangolo equilatero CDE. Costruisci poi sul lato BC, esternamente al quadrato, il triangolo equilatero BFC. Sul lato AD costruisci il triangolo rettangolo isoscele ADG avente AD come ipotenusa. Dimostra che i punti A, E, F sono allineati e che lo sono anche i punti G, F, O, dove il punto O è il centro del quadrato $ABCD$.
18	Nel triangolo rettangolo ABC, di ipotenusa BC, il cateto AC è metà dell'ipotenusa BC. Su BC e esternamente al triangolo, disegna il triangolo equilatero BEC. Prolunga i lati EC e BA finché si incontrano nel punto F. Dimostra che il quadrilatero $ABEC$ è un trapezio e dimostra che $AB \cong AF$.
19	Sia $ABCD$ un trapezio rettangolo in A e in D e di base maggiore AB. Prendi sulla base maggiore AB un punto E tale che $AE \cong DC$. Detto M il punto medio del lato BC, dimostra che i due triangoli AMD e EMB sono isosceli.
20	Sia $ABCD$ un quadrato. Prendi sui lati AB, DA, BC, CD rispettivamente i segmenti congruenti AE, AF, CH, CG. Dimostra che il quadrilatero $EHGF$ è un rettangolo il cui semiperimetro è congruente alla diagonale del quadrato $ABCD$.
21	Sia dato il quadrato $ABCD$. Costruisci, esternamente ad esso, i triangoli DCF e ABE rettangoli in F e in E tali che $F\hat{D}C \cong E\hat{B}A$. Detto P il punto di intersezione dei prolungamenti di AE e di FD e detto H il punto di intersezione di EB con CF, dimostra che i quadrati $ABCD$ e $EHFP$ hanno lo stesso centro.
22	Sia $ABCD$ un trapezio di base maggiore AB. Sia M il punto medio del lato obliquo AD e N il punto medio del lato obliquo BC. Congiungi il punto M con il punto N. Traccia le diagonali AC e BD del trapezio e siano rispettivamente P e Q i loro punti di intersezione con il segmento MN. Dimostra che P e Q sono i punti medi delle diagonali AC e BD e che $PQ \cong MN - DC$.
23	Sia $ABCD$ un rettangolo. Considera due parallele equidistanti dalla diagonale AC che intersecano nel punto E e nel punto F i lati AB e CD del rettangolo. Detti N e Q i punti di intersezione di tali rette con BC e DA, dimostra che il quadrilatero $ENFQ$ è un parallelogramma avente lo stesso centro del rettangolo $ABCD$
24	Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB. Da un qualunque punto P della base AB traccia la parallela al lato AC che intersechi il lato BC nel punto Q e la parallela al lato BC che intersechi il lato AC nel punto R. dimostra che la somma delle distanze della retta AB dai punti P e Q è congruente all'altezza del triangolo ABC rispetto alla base AB.
25	Sia ABC un triangolo rettangolo in A, sia il punto H il piede dell'altezza relativa all'ipotenusa e sia M il punto medio dell'ipotenusa. Siano i punti P e Q i piedi delle perpendicolari condotte dal punto H rispettivamente ad AC e ad AB. Dimostra che $B\hat{A}M \cong A\hat{B}M, C\hat{A}M \cong A\hat{C}M$ e $A\hat{Q}P \cong A\hat{C}B$. Dimostra inoltre che $AM \perp PQ$.

Problemi di geometria
sul fascio di rette parallele

26	Sia $ABCD$ un trapezio e sia AB la sua base maggiore. Dimostra che se le bisettrici degli angoli $B\hat{C}D$ e $C\hat{D}A$ si intersecano in un punto P della base maggiore AB, questa è congruente alla somma dei lati obliqui. Supposto poi che l'angolo $D\hat{A}B$ sia congruente a $\frac{2}{5}$ dell'angolo piatto e che l'angolo $A\hat{B}C$ sia congruente a $\frac{1}{5}$ dell'angolo piatto, determina le ampiezze in frazioni di angolo piatto degli angoli del triangolo CDP e dimostra che $CP \cong CD$.
27	Due rette parallele a e b sono tagliate da una trasversale nei punti A e B. Conduci le bisettrici delle due coppie di angoli coniugati interni e siano C e D i loro punti di intersezione. Dimostra che il quadrilatero $ACBD$ è un rettangolo e che $DC \parallel a$ e $DC \parallel b$.
28	Sia $ABCD$ un trapezio rettangolo in A e in D in cui la base maggiore AB è il doppio della base minore CD e il lato AD è congruente alla base minore. Traccia l'altezza CH e la diagonale BD che si intersecano nel punto N. Traccia il segmento DH e la diagonale AC che si intersecano nel punto M. Traccia il segmento MN e dimostra che il punto N è punto medio dell'altezza CH e della diagonale BD; dimostra che il punto M è punto medio del segmento DH e della diagonale AC. Dimostra, inoltre, che $MN \parallel CD$ e MN $\cong \frac{1}{2}CD$.
29	Siano AB e AC due corde di una circonferenza γ di centro O, situate da parti opposte rispetto al diametro AE. Indica con F il punto medio della corda AB, con G il punto medio della corda AC e con H il punto medio di AO. Dimostra che $HG \cong HF$.
30	Le semirette r e s hanno l'origine comune nel punto O; sulla semiretta r prendi due punti A e B tali che OA≅AB, e sulla semiretta s due punti C e D tali che OC≅CD. Dimostra che il quadrilatero ABDC è un trapezio la cui base minore misura metà della maggiore.
31	È dato un triangolo qualunque; dimostra che i punti medi dei lati e il piede di un'altezza sono i vertici di un trapezio isoscele.
32	Dimostra che il segmento che congiunge i punti medi dei lati obliqui di un trapezio è parallelo alle basi ed è uguale alla semisomma delle basi.
33	In un trapezio rettangolo unisci il punto medio del lato obliquo con gli estremi del lato opposto; dimostra che il triangolo ottenuto è isoscele.
34	Siano M ed N i punti medi dei lati AB e CD del parallelogrammo ABCD. Dimostra che i segmenti AN e CM dividono la diagonale BD in tre parti congruenti.
35	Considera la mediana BM relativa al lato AC del triangolo ABC; sia L il punto medio di BM. Dimostra che la retta AL divide il lato BC in due parti misuranti una il doppio dell'altra.
36	Di un triangolo isoscele considera il punto medio di un lato e la perpendicolare alla base condotta da questo punto. Dimostra che la base rimane così divisa in due parti tali che una misura il triplo dell'altra.