Problemi di geometria

sull'equivalenza delle figure piane

	equivalenza fra parallelogrammi
1	Dimostra che, fra tutti i rettangoli equivalenti, il quadrato è quello che ha perimetro minimo.
2	Dimostra che ogni quadrato è equivalente alla metà del quadrato costruito sulla sua diagonale.
3	Dimostra che se per i vertici di un quadrangolo si tracciano le parallele alle diagonali , si ottiene un parallelogramma equivalente al doppio del quadrangolo dato.
4	Dimostra che se per un punto di una diagonale di un parallelogramma si conducono le parallele ai lati, il parallelogramma rimane diviso in altri quattro parallelogrammi, dei quali i due non attraversati dalla diagonale sono equivalenti.
5	Sia $ABCD$ un parallelogramma. Sul prolungamento del lato AD scegli un segmento $PQ \cong AD$. Dimostra che il quadrilatero $BCQP$ è equivalente al parallelogramma $ABCD$.
6	Sia ABCD un parallelogramma. Sul prolungamento del lato AD scegli un segmento $PQ \cong AD$ e sul prolungamento del lato AB scegli un segmento $MN \cong AB$. Dimostra che i quadrilateri convessi BCPQ e MNCD sono equivalenti.
7	Sia $ABCD$ un trapezio di basi AB e CD e sia M il punto medio del lato AD. Condotta da M la parallela a BC e dette P e Q le sue intersezioni con le rette AB e CD, dimostra che il trapezio $ABCD$ è equivalente al parallelogramma $BCQP$.
8	Siano $ABCD$ e $DCEF$ due parallelogrammi situati da parti opposte rispetto al lato comune DC. Congiungi A con E e B con F. Dimostra che il quadrilatero $AEFB$ è equivalente alla somma dei due parallelogrammi iniziali $ABCD$ e $DCEF$.
9	Sia $ABCD$ un parallelogramma e sia P un generico punto della sua diagonale BD. Siano R e S le intersezioni della parallela condotta per il punto P ad AD con i lati AB e CD. Siano T e V le intersezioni della parallela condotta per il punto P ad AB con i lati BC e AD. Dimostra che i due parallelogrammi $PVCR$ e $ASPT$ sono tra loro equivalenti.
10	Sia ABC un triangolo qualunque. Da ognuno dei suoi vertici traccia la parallela al lato opposto. Le parallele condotte dai vertici A e B si intersecano nel punto A'; le parallele condotte dai vertici B e C si intersecano nel punto B'; le parallele condotte dai vertici C e A si intersecano nel punto C'. Dimostra che i quadrilateri convessi $AA'BC, ABCC'$ e $ABB'C$ sono equivalenti.
11	Sia $ABCD$ un rettangolo. Prolunga la base AB di un segmento $BE < AB$. Traccia la diagonale BD e manda per il punto E la parallela a DB che incontra il prolungamento di AD nel punto F. Costruisci sul segmento BE il rettangolo $BENC$ e sul segmento DC il rettangolo $DCMF$. Dimostra che i rettangoli $BENC$ e $DCMF$ sono equivalenti.
12	Sia $ABCD$ un parallelogramma. Conduci da C la parallela alla diagonale BD che interseca il prolungamento del lato AB nel punto E. Dimostra che i parallelogrammi $ABCD$ e $BDCE$ sono equivalenti.

	equivalenza fra parallelogrammi e triangoli
13	Dimostra che un triangolo è equivalente a un rettangolo che ha base congruente a quella del triangolo e altezza congruente a metà altezza del triangolo.

Problemi di geometria

sull'equivalenza delle figure piane

14	Dimostra che un parallelogramma viene diviso dalle sue diagonali in quattro triangoli equivalenti.
15	Dimostra che i triangoli che hanno per base i lati obliqui di un trapezio e come terzo vertice il punto d'intersezione delle diagonali sono equivalenti.
16	Dimostra che la somma di due triangoli aventi come basi due lati opposti di un parallelogramma e come vertici un punto interno ad esso è equivalente alla metà del parallelogramma.
17	Sia ABC un triangolo e siano M, N, P i punti medi dei lati BC, CA, AB. Dimostra che $APMN$ è un parallelogramma equivalente alla metà del triangolo.
18	Sia $ABCD$ un parallelogramma. Sia O il punto medio del segmento BD e sia M il punto medio del lato BC. Dimostra che il quadrilatero $AMDO$ è equivalente al triangolo BOC.
19	Sia $ABCD$ un parallelogramma. Indica con O un punto qualsiasi della diagonale BD e dimostra che il triangolo ACD è equivalente alla somma dei triangoli ABO e ADO.
20	Sia ABC un triangolo. Traccia la mediana CM e indica con P il suo punto medio. Congiungi A e B con il punto P e dimostra che i quattro triangoli AMP, BMP, BCP, CAP sono tra loro equivalenti.
21	Sia $ABCD$ un parallelogramma. Prendi su AC due punti distinti E e F e dimostra che i triangoli EBF e EDF sono equivalenti.
22	Considera due triangoli che hanno altezze congruenti. Dimostra che un triangolo avente altezza congruente a quella dei triangoli dati e base congruente alla somma delle loro basi è equivalente alla somma dei due triangoli dati.
23	Sia $ABCD$ un quadrato. Indica con E e F i punti medi dei lati opposti AD e BC; indica con M e N i punti medi dei lati AB e DC. Dimostra che i segmenti EF e MN, che si intersecano nel punto O, dividono il quadrato $ABCD$ in quattro quadrati congruenti fra loro. Preso sul lato DC un qualsiasi punto L, dimostra che il triangolo ELF è equivalente a ognuno dei quattro quadrati.
24	Sia $ABCD$ un parallelogramma e siano M e N i punti medi rispettivamente dei lati AB e AD. Dimostra che il triangolo AMN è equivalente a $\frac{1}{8}$ del parallelogramma stesso.
25	Sia ABC un triangolo rettangolo. Sul cateto AC costruisci il quadrato $ACPQ$ e sull'ipotenusa AB costruisci il quadrato $ABEF$. Dimostra che il triangolo ACF è equivalente alla metà del quadrato $ACPQ$.
26	Sia ABC un triangolo rettangolo di ipotenusa AB. Sul cateto CB, dalla parte opposta ad A, costruisci un rettangolo $CBEF$. Congiungi A con E e dimostra che il triangolo ABE è equivalente alla metà del rettangolo $CBEF$.
27	Sia ABC un triangolo qualunque e siano M e N i punti medi rispettivamente dei lati AB e BC. Dimostra che i triangoli AMC e ANC sono equivalenti.

Problemi di geometria
sull'equivalenza delle figure piane

equivalenza fra trapezi e triangoli	
28	Sia $ABCD$ un trapezio. Scegli internamente a esso un punto E equidistante dalle due basi e dimostra che la somma dei triangoli AEB e DEC è equivalente alla somma dei triangoli AED e BEC.
29	Sia $ABCD$ un trapezio e siano M e N i punti medi dei lati obliqui AB e CD. Detto O il punto medio del segmento MN, dimostra che un qualunque segmento avente gli estremi sulle due basi e passante per il punto O divide il trapezio dato in due trapezi equivalenti.
30	Sia $ABCD$ un trapezio e siano M e N i punti medi dei lati obliqui AB e CD. Dai punti M e N conduci due rette fra loro parallele che incontrano le rette delle basi maggiore e minore rispettivamente nei punti H ed E per la parallela da M, nei punti G e F per la parallela da N. Dimostra che il trapezio $ABCD$ e il parallelogramma $EFGH$ sono equivalenti.
31	Il trapezio isoscele $ABCD$ ha base maggiore AB e altezza CH. Dimostra che il trapezio $ABCD$ è equivalente al doppio del triangolo ACH.
32	Sia $ABCD$ un trapezio rettangolo che ha per lato obliquo il segmento CD. Dimostra che il trapezio $ABCD$ è equivalente alla semisomma dei due rettangoli aventi come basi le due basi del trapezio e come altezza il lato AB.
33	Sia $ABCD$ un trapezio di base maggiore AB e di altezza CH e sia M il punto medio dell'altezza CH. Dimostra che il trapezio $ABCD$ è equivalente al rettangolo i cui lati sono congruenti a CM e alla somma delle basi del trapezio.
34	Sia $ABCD$ un trapezio, sia BC uno dei suoi lati non paralleli e sia M il punto medio di AD. Considera il parallelogramma $CMEB$ in cui BC e CM sono lati consecutivi. Dimostra che $ABCD$ e $CMEB$ sono equivalenti.

equivalenza fra triangoli e poligoni circoscritti ad una circonferenza	
35	Dimostra che ogni quadrato è equivalente a un triangolo che ha un lato e l'altezza a esso relativa congruenti rispettivamente al quadruplo e alla metà del lato del quadrato dato.
36	Dimostra che un poligono circoscritto a una circonferenza è equivalente al rettangolo che ha i lati congruenti al raggio della circonferenza e al semiperimetro del poligono.
37	Dimostra che un triangolo equilatero circoscritto a una circonferenza è equivalente a un triangolo che ha la base congruente al triplo del lato del triangolo equilatero e l'altezza congruente a un terzo dell'altezza del triangolo equilatero stesso.
38	Dimostra che un qualunque triangolo ABC è equivalente a un altro triangolo che ha base congruente al perimetro di ABC e altezza relativa congruente al raggio del cerchio inscritto in ABC.
39	Sia $ABCD$ un quadrilatero circoscritto a una circonferenza di centro O. Dimostra che la somma dei triangoli AOB e DOC è equivalente alla metà del quadrilatero $ABCD$.

40	Sia $ABCD$ un quadrilatero circoscritto ad una circonferenza di centro O. Dimostra che la somma dei triangoli AOB e COD è equivalente alla somma dei triangoli COB e DOA.
41	Sia $ABCD$ un trapezio isoscele circoscritto ad una circonferenza di centro O. Dimostra che il triangolo avente per vertici il centro O e gli estremi B e C di uno dei lati non paralleli del trapezio è equivalente ad un quarto del trapezio stesso.
42	$ABCD$ è un quadrilatero inscritto in una circonferenza avente i lati AB e AD tra loro congruenti ed aventi il lato BC maggiore del lato DC. Detto E il punto del lato BC per il quale risulta $BE \cong DC$, dimostra che il triangolo ABC è equivalente al quadrilatero $AECD$.
43	Sia $ABCD$ un quadrilatero circoscritto a una circonferenza di centro O e raggio OH. Dimostra che il quadrilatero $ABCD$ è equivalente a un parallelogramma che ha un lato congruente alla somma dei segmenti AB e CD e l'altezza congruente a OH.

problemi di riepilogo	
44	Sia ABC un triangolo equilatero e sia O il suo centro. Siano M, N, H i punti medi rispettivamente dei lati AB, BC, CA. Siano P, Q, R i punti medi rispettivamente dei segmenti AO, BO, CO. Dimostra che l'esagono $PMQNRH$ è un esagono regolare equivalente a metà del triangolo ABC.
45	Sia $ABCD$ un rettangolo. Individua sui prolungamenti dei lati i segmenti $BB' \cong AB, CC' \cong BC, DD' \cong DC, AA' \cong AD$. Dimostra che il parallelogramma $A'B'C'D'$ è equivalente a cinque volte $ABCD$.
46	Sia $ABCD$ un quadrilatero convesso. Considera il quadrilatero $MNPQ$ che ha i vertici nei punti medi dei lati di $ABCD$. Dimostra che il quadrilatero $MNPQ$ è equivalente alla metà del quadrilatero $ABCD$.
47	Sia ABC un triangolo scaleno e siano M e N i punti medi rispettivamente dei lati AB e BC. Sia P un generico punto del lato AC. Dimostra che il quadrilatero $PMBN$ è equivalente alla metà del triangolo ABC.
48	Il trapezio $ABCD$ di basi AB e CD è circoscritto a una circonferenza di diametro PQ. Dimostra che il trapezio $ABCD$ è equivalente a un parallelogramma che ha un lato congruente alla somma dei segmenti AD e BC e l'altezza a esso relativa congruente a PQ.
49	Sia ABC un triangolo scaleno. Traccia le mediane AN e CM. Indica con P il loro punto di intersezione. Dimostra che i triangoli CPN e APM sono equivalenti e che il triangolo APC è equivalente al quadrilatero $BMPN$. Dimostra inoltre che il triangolo APC è equivalente al doppio del triangolo CPN.
50	Dimostra che le tre mediane di un triangolo lo dividono in sei triangoli equivalenti.
51	Dimostra che in un triangolo, congiungendo il baricentro con i tre vertici, si ottengono tre triangoli equivalenti.

52	In un triangolo ABC, il punto P di AC è tale che i triangoli APB e PBC siano equivalenti. Dimostra che P è il punto medio di AC.
53	Nel triangolo ABC, P è un punto di AB. Considera il punto medio M di CP e dimostra che ABC è equivalente al doppio di AMB.
54	Dimostra che in un trapezio il punto comune alle diagonali e i lati obliqui individuano due triangoli equivalenti. Inversamente, dimostra che se in un quadrilatero convesso il punto comune alle diagonali e gli estremi di due lati non consecutivi formano triangoli equivalenti, allora il quadrilatero è un trapezio.
55	Considera il triangolo formato dagli estremi di un lato obliquo di un trapezio e il punto medio del lato opposto; dimostra che il triangolo è equivalente alla metà del trapezio.
56	Dimostra che il segmento che unisce i punti medi delle basi di un trapezio qualsiasi individua due trapezi equivalenti tra loro.
57	Dimostra che qualsiasi trapezio è equivalente a un parallelogramma che ha per altezza quella del trapezio e per base in segmento che unisce i punti medi dei lati del trapezio.
58	Per i vertici di un quadrilatero convesso manda le parallele alle diagonali. Dimostra che il quadrilatero così ottenuto è un parallelogrammo equivalente al doppio del quadrilatero dato.
59	Nel triangolo ABC, il cui angolo B è ottuso, sia AD la bisettrice dell'angolo A e P la proiezione di B su detta bisettrice. Dimostra che vale $ABC \doteq 2APC$.
60	Un trapezio rettangolo ha l'altezza congruente alla somma delle basi; dimostra che l'asse del lato obliquo divide il trapezio in due parti equivalenti.
61	Dimostra che un rettangolo avente per dimensioni i cateti di un triangolo rettangolo è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni l'ipotenusa e l'altezza relativa all'ipotenusa dello stesso triangolo.
62	Un trapezio ha la base maggiore doppia della minore; unisci il punto medio della base maggiore con i punti medi degli altri tre lati e con gli estremi della base minore; dimostra che i sei triangoli così ottenuti sono tra loro equivalenti.
63	Per un punto di una delle diagonali di un parallelogrammo conduci le parallele ai lati. Dei quattro parallelogrammi così ottenuti dimostra che i due che non sono attraversati dalla diagonale sono equivalenti.
64	Il triangolo ABC è retto in B; considera la bisettrice dell'angolo A che incontra il cateto BC in Q. Sul prolungamento dell'ipotenusa, dal lato di C, prendi il punto P tale che $CP \cong AB$; dimostra che $ABC \doteq AQP$.