Problemi di geometria

sulla similitudine

	criteri di similitudine sui triangoli
1	Dimostra che le altezze di un triangolo sono inversamente proporzionali ai relativi lati.
2	Dimostra che due triangoli rettangoli sono simili se hanno ordinatamente proporzionali l'ipotenusa e l'altezza relativa all'ipotenusa, oppure se hanno un angolo acuto congruente.
3	Dimostra che due triangoli aventi i lati a due a due paralleli sono simili.
4	Dati due triangoli simili ABC e $A'B'C'$, dimostra che le bisettrici di due angoli corrispondenti dividono i due triangoli in coppie di triangoli simili.
5	In un trapezio $ABCD$, le diagonali si intersecano O. Dimostra che $AO : CO = BO : DO$.
6	Dimostra che in un triangolo rettangolo le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa sono proporzionali ai quadrati dei rispettivi cateti.
7	Tre semirette r, s, t, hanno origine comune O, e Or è interna all'angolo acuto $s\hat{O}t$. Su r prendi due punti A e A', e da essi conduci le perpendicolari AB, $A'B'$, AC, $A'C'$, rispettivamente, alle semirette s e t. Dimostra che BC è parallela a $B'C'$.
8	Per un punto P dell'altezza AH di un triangolo isoscele ABC, conduci la perpendicolare al lato AB fino ad incontrarlo in N. Dimostra che $NP : NA = HB : HA$.
9	Dimostra che, dati due triangoli con le basi coincidenti e di altezze congruenti, una retta parallela alla base comune e che taglia i triangoli determina in essi due corde congruenti.
10	Dimostra che in due triangoli simili due lati omologhi stanno tra loro come i raggi dei cerchi circoscritti.
11	Dimostra che in due triangoli simili due lati omologhi stanno tra loro come i raggi dei cerchi inscritti.
12	Sia $ABCD$ un trapezio di base maggiore AB e siano O ed N, rispettivamente, il punto d'intersezione delle diagonali e il punto medio della base minore CD. Prolunga ON in modo che intersechi AB nel punto M. Dimostra che M è il punto medio di AB e che O divide MN in parti proporzionali alle basi del trapezio.
13	Dato un parallelogramma $ABCD$, sia B' la proiezione ortogonale di B sulla retta AD e D' la proiezione ortogonale di D sulla retta AB. Dimostra che $AB : AD = BB' : DD'$.
14	Dato un triangolo ABC, siano DC la bisettrice dell'angolo in $\hat{C}$, AA' e BB' le distanze dei vertici A e B da essa. Dimostra che: $\frac{AC}{BC} = \frac{AA'}{BB'} = \frac{CA'}{CB'}$.

	la similitudine nella circonferenza
15	Il quadrilatero $ABCD$ è inscritto in una circonferenza e i vertici A e C sono allineati con il punto d'incontro P delle tangenti nei vertici B e D. Dimostra che il rettangolo di due lati opposti del quadrilatero è equivalente al rettangolo degli altri due lati opposti.

Problemi di geometria

sulla similitudine

16	Su una circonferenza, fissato un verso di percorrenza, scegli nell'ordine quattro punti P, Q, P', Q', in modo che le corde PP' e QQ'' si intersechino in un punto E. Congiungi P con Q e P' con Q', dimostra che $PQ: P'Q' = PE : EQ'$.
17	Se un quadrangolo è inscritto in una circonferenza, il rettangolo delle diagonali è equivalente alla somma dei rettangoli delle due coppie di lati opposti.
18	Disegna due circonferenze secantisi in due punti A e B. Da un punto P della corda AB traccia una retta che incontra la prima circonferenza in due punti C e D e la seconda nei punti E e F. Dimostra che il rettangolo avente come lati i segmenti PC e PD è equivalente al rettangolo avente come lati i segmenti PE e PF.
19	Nel triangolo ABC disegna le altezze AD e BE. Sia F l'intersezione delle rette AD e BE. Dimostra che il rettangolo con i lati congruenti ai segmenti AD e AF è equivalente al rettangolo con i lati congruenti ai segmenti AC e AE.
20	Siano ABC e ABD due triangoli rettangoli con i vertici C e D da parti opposte rispetto all'ipotenusa comune AB. Prolunga i lati AC e DB fino a incontrarsi nel punto E. Dimostra che $EA : ED = EB : EC$.
21	Disegna una circonferenza di centro O e congiungi un punto P esterno alla circonferenza con O. Indica con A il punto d'incontro della circonferenza con PO. Da P traccia una tangente alla circonferenza e indica con T il punto di tangenza. Dimostra che la differenza dei quadrati costruiti su PT e su PA è equivalente al rettangolo avente i lati congruenti al diametro della circonferenza e al segmento AP.

poligoni simili	
22	Dato un trapezio $ABCD$, fissato un punto P sulla retta BC, prendi il punto Q sulla retta AD in modo che $QC \parallel PA$. Dimostra che $QB \parallel PD$.
23	Dimostra che se in un trapezio rettangolo le diagonali sono perpendicolari, il lato perpendicolare alle basi è medio proporzionale fra queste.
24	Dimostra che in un trapezio i punti medi delle basi, il punto d'incontro dei lati obliqui e il punto d'incontro delle diagonali sono allineati.
25	Dimostra che due parallelogrammi sono simili se hanno ordinatamente proporzionali due lati e una diagonale.
26	Dimostra che due parallelogrammi sono simili se hanno ordinatamente proporzionali le diagonali e un lato.

27	Dato un trapezio rettangolo $ABCD$, rettangolo di A e in D, dimostra che se le diagonali del trapezio sono perpendicolari allora i triangoli DAB e ACD sono simili.
28	Dimostra che in un trapezio ciascuna diagonale viene divisa dall'altra in parti proporzionali alle basi.
29	Il rettangolo di due lati CA e BC di un triangolo ABC è equivalente al rettangolo dell'altezza CD e del diametro CE del cerchio circoscritto.
30	Dato il trapezio $ABCD$ di base AB e CD, con $AB>CD$, prolunga i lati non paralleli AD e BC e sia R il loro punto d'intersezione. Dimostra che le distanze di R dalle rette delle basi sono proporzionali alle basi stesse.
31	Sia $ABCD$ un quadrangolo inscritto in una semicirconferenza di diametro AB e sia E il punto d'intersezione dei prolungamenti delle corde AC e BD. Dimostra che i triangoli ABE e CDE sono simili.
32	Dimostra che, se due quadrilateri convessi hanno ordinatamente un angolo congruente e i quattro lati in proporzione, allora sono simili.
33	Sia $ABCD$ un parallelogramma e AC una sua diagonale. Per un punto P di AC traccia le parallele ai lati e dimostra che, fra i quattro parallelogrammi ottenuti, quelli che hanno per diagonale i segmenti AP e PC sono simili.
34	Dimostra che se due poligoni sono simili e uno di essi è inscrittibile in una circonferenza, anche l'altro lo è.
35	Dimostra che, in due poligoni simili, le somme delle distanze dai lati di due punti corrispondenti nella similitudine stanno tra loro come due lati omologhi.

problemi numerici sulla similitudine	
36	Dato un trapezio le cui basi misurano 30 cm e 15 cm e l'altezza 20 cm, determina le aree delle quattro parti nelle quali esso è diviso dalle diagonali. [200 cm^2; 100 cm^2; 50 cm^2]
37	In due triangoli simili il rapporto tra due lati corrispondenti è 2. Qual è il rapporto tra i rispettivi perimetri? E il rapporto tra le rispettive aree? [2; 4]
38	In due triangoli simili il rapporto tra due altezze corrispondenti è $\frac{3}{2}$. Qual è il rapporto tra i rispettivi perimetri? E il rapporto tra le rispettive aree? $\left[\frac{3}{2};\frac{9}{4}\right]$

39	In due triangoli simili, un lato del primo è lungo 24 cm e quello corrispondente del secondo 40 cm. Qual è il rapporto tra i rispettivi perimetri? E il rapporto tra le rispettive aree? $\left[\frac{3}{5};\frac{9}{25}\right]$
40	La somma delle aree di due rettangoli simili è 915 cm². Le due basi hanno lunghezza 25 cm e 30 cm. Determina le aree e i perimetri dei rettangoli. [375 cm²,540 cm²;80 cm, 96 cm]
41	Due triangoli sono simili e il perimetro del primo è di 231 cm, mentre i suoi lati sono proporzionali ai numeri 15, 11 e 7. Sapendo che il rapporto di similitudine è di $\frac{5}{7}$, trova la misura del perimetro dell'altro triangolo. [165 cm]
42	Nel triangolo rettangolo ABC l'ipotenusa BC è $\frac{5}{3}$ del cateto AB e il perimetro è *72* cm. Da un punto dell'ipotenusa che, a partire dal vertice C, la divide in parti proporzionali ai numeri 3 e 7, conduci la perpendicolare all'ipotenusa. Calcola il perimetro e l'area delle due parti in cui resta diviso il triangolo. [AB=18 cm; AC = 24 cm; BC = 30 cm; P=27cm, A=243/8 cm²; P=117/2 cm, A=1485/8 cm²]
43	Un trapezio ha le basi che misurano 10 m e 15 m e gli altri due lati 7 m e 9 m. Calcola le misure dei lati dei triangoli che si ottengono prolungando i lati non paralleli del trapezio. [14 m; 18 m; 10 m; 21 m ; 27 m; 15 m]
44	Sia ABC un triangolo di base AB e altezza CH lunghe rispettivamente 18 cm e 8 cm. Sia $A'B'C'$ un triangolo simile ad ABC di base $A'B'$, omologa ad AB, lunga 27 cm. Quanto misura l'area di $A'B'C'$? [162 cm²]
45	Un lato di un triangolo misura 2,5 dm. Determina la misura di un segmento parallelo a esso e che divide l'altezza relativa al lato nel rapporto $\frac{2}{3}$. [1 dm]
46	La base di un triangolo isoscele misura 8 m e il lato misura 5 m; trova il lato del quadrato inscritto avente un lato sulla base. $\left[\frac{24}{11}\ m\right]$
47	Dato un triangolo di base 4 cm e altezza 16 cm, trova a che distanza dal vertice opposto alla base si deve condurre la parallela a essa per ottenere un triangolo la cui area sia $\frac{5}{4}$ di quella del triangolo dato. [$8\sqrt{5}$ cm]
48	Dato un triangolo rettangolo i cui cateti misurano *10 m* e *25 m*, trova il lato del quadrato inscritto avente un angolo coincidente con il vertice dell'angolo retto. $\left[\frac{50}{7}\ \mathrm{m}\right]$
49	Siano 3 m e 2 m le misure dei cateti di un triangolo rettangolo; determina le misure del rettangolo inscritto avente l'angolo retto in comune con quello del triangolo, sapendo che il perimetro del rettangolo è 5 m. [1.5 m; 1 m]

problemi di riepilogo

50	Dato il triangolo rettangolo ABC, da un punto D dell'ipotenusa BC conduci la perpendicolare a BC che incontra la retta AB in E e la retta AC in F. Dimostra che i triangoli ABC e AEF sono simili.

Problemi di geometria

sulla similitudine

51	Dimostra che in ogni triangolo i punti medi dei tre lati individuano un triangolo simile al dato.
52	Dimostra che in ogni triangolo le corde parallele ad un lato sono divise in due parti congruenti dalla mediana relativa allo stesso lato.
53	In un trapezio rettangolo la diagonale minore è perpendicolare al lato obliquo. Dimostra che l'altezza è media proporzionale tra la base minore e la differenza delle basi.
54	Da un punto P del lato AD di un trapezio ABCD conduci la parallela alle basi AB e DC; questa incontra AC, BD e BC rispettivamente in E, F e Q. Dimostra che i segmenti PQ e EF hanno lo stesso punto medio.
55	Nel triangolo ABC l'angolo ABC misura il doppio di BAC; sia BD la bisettrice dell'angolo ABC. Dimostra che BC è medio proporzionale tra AC e CD.
56	In un triangolo equilatero ABC si considerino la bisettrice dell'angolo interno di vertice A e la bisettrice dell'angolo esterno di vertice B; detto P il loro punto di intersezione e H la sua proiezione sulla retta AB, dimostra che i triangoli APH e BPH sono simili.
57	In un triangolo isoscele ABC di base BC la bisettrice dell'angolo alla base di vertice B e dell'angolo esterno di vertice C si incontrano nel punto P; sia PH la distanza di P dalla retta BC; dimostra che i triangoli BPH e CPH sono simili.
58	Su un lato dell'angolo di vertice A si prenda un punto P e sull'altro lato si prendano i punti Q e R tali che AQ=1/2AP e AR=2AP. Dimostra che i triangoli APQ e APR sono simili.
59	Il quadrilatero ABCD è inscritto in una circonferenza; dimostra che le diagonali lo dividono in quattro triangoli dei quali quelli non adiacenti sono simili.
60	Dimostra che in un triangolo la corda parallela ad un lato e passante per il baricentro è congruente ai 2/3 del lato a cui è parallela.
61	Dimostra che in ogni triangolo le parallele ai tre lati condotte per il baricentro dividono ciascun lato in tre parti congruenti.
62	Due circonferenze congruenti sono secanti nei punti A e B. Da un punto del prolungamento del segmento AB si conducano i segmenti di tangenza alle due circonferenze; dimostra che i due segmenti sono congruenti.
63	Il trapezio isoscele ABCD è inscritto nella circonferenzaγ; preso un punto P su γ, la retta AP interseca CD in Q. Dimostra che i triangoli DPQ e BCP sono simili.
64	Nella semicirconferenza di diametro BC è inscritto il triangolo ABC; da un punto P di BC si tracci la perpendicolare a BC stesso che incontra la semicirconferenza in Q e le rette AC e AB rispettivamente in R e S. Dimostra che $PB \cdot PC = PR \cdot PS = PQ^2$.