


## criteri di similitudine sui triangoli

1	Dato il triangolo rettangolo $ABC$ , da un punto $D$ dell'ipotenusa $BC$ conduci la perpendicolare a $BC$ che incontra la retta $AB$ in $E$ e la retta $AC$ in $F$ . Dimostra che i triangoli $ABC$ e $AEF$ sono simili.
2	Dimostra che in ogni triangolo i punti medi dei tre lati individuano un triangolo simile al dato.
3	Dimostra che in ogni triangolo le corde parallele ad un lato sono divise in due parti congruenti dalla mediana relativa allo stesso lato.
4	In un trapezio rettangolo la diagonale minore è perpendicolare al lato obliquo. Dimostra che l'altezza è media proporzionale tra la base minore e la differenza delle basi.
5	Da un punto $P$ del lato $AD$ di un trapezio $ABCD$ conduci la parallela alle basi $AB$ e $DC$ ; questa incontra $AC$ , $BD$ e $BC$ rispettivamente in $E$ , $F$ e $Q$ . Dimostra che i segmenti $PQ$ e $EF$ hanno lo stesso punto medio.
6	Nel triangolo $ABC$ l'angolo $ABC$ misura il doppio di $BAC$ ; sia $BD$ la bisettrice dell'angolo $ABC$ . Dimostra che $BC$ è medio proporzionale tra $AC$ e $CD$ .
7	In un triangolo equilatero $ABC$ si considerino la bisettrice dell'angolo interno di vertice $A$ e la bisettrice dell'angolo esterno di vertice $B$ . Detto $P$ il loro punto di intersezione e $H$ la sua proiezione sulla retta $AB$ , dimostra che i triangoli $APH$ e $BPH$ sono simili.

8	In un triangolo isoscele ABC di base BC la bisettrice dell'angolo alla base di vertice B e dell'angolo esterno di vertice C si incontrano nel punto P. Sia PH la distanza di P dalla retta BC, dimostra che i triangoli BPH e CPH sono simili.
9	Su un lato dell'angolo di vertice A si prenda un punto P e sull'altro lato si prendano i punti Q e R, tali che $AQ = \frac{1}{2}AP$ e $AR = 2AP$ . Dimostra che i triangoli APQ e APR sono simili.
10	Un quadrato è inscritto in un triangolo rettangolo con un lato sull'ipotenusa; dimostra che il lato è medio proporzionale tra le rimanenti parti in cui resta divisa l'ipotenusa.
11	Le diagonali di un trapezio si incontrano nel punto P; la parallela alle basi condotta da P incontra i lati obliqui in Q e R. Dimostra che $PQ \cong PR$ .
12	Il quadrilatero ABCD è inscritto in una circonferenza; dimostra che le diagonali lo dividono in quattro triangoli dei quali quelli non adiacenti sono simili.
13	Dimostra che in un triangolo la corda parallela ad un lato e passante per il baricentro è congruente ai $\frac{2}{3}$ del lato a cui è parallela.
14	Dimostra che in ogni triangolo le parallele ai tre lati condotte per il baricentro dividono ciascun lato in tre parti congruenti.
15	Due circonferenze congruenti sono secanti nei punti A e B. Da un punto del prolungamento del segmento AB si conducano i segmenti di tangenza alle due circonferenze. Dimostra che i due segmenti sono congruenti.
16	Il trapezio isoscele ABCD è inscritto nella circonferenza $\gamma$ ; preso un punto P su $\gamma$ , la retta AP interseca CD in Q. Dimostra che i triangoli DPQ e BCP sono simili.

17	Nella semicirconferenza di diametro BC è inscritto il triangolo ABC; da un punto P di BC si tracci la perpendicolare a BC stesso che incontra la semicirconferenza in Q e le rette AC e AB rispettivamente in R e S. Dimostra che $PB \cdot PC = PR \cdot PS = PQ^2$ .
18	Per un punto P dell'altezza di un triangolo isoscele ABC, conduci la perpendicolare al lato AB fino ad incontrarlo in N. Dimostra che $NP : NA = HB : HA$ .
19	Dato un parallelogramma ABCD, sia B' la proiezione ortogonale di B sulla retta AD e D' la proiezione ortogonale di D sulla retta AB. Dimostra che $AB : AD = BB' : DD'$ .
20	Dato un triangolo ABC, siano DC la bisettrice dell'angolo in $\hat{C}$ , AA' e BB' le distanze dei vertici A e B da essa. Dimostra che: $\frac{AC}{BC} = \frac{AA'}{BB'} = \frac{CA'}{CB'}$ .
21	Dimostra che due triangoli aventi i lati a due a due paralleli sono simili.
22	Dati due triangoli simili ABC e A'B'C', dimostra che le bisettrici di due angoli corrispondenti dividono i due triangoli in coppie di triangoli simili.
23	In un trapezio ABCD le diagonali si intersecano O. Dimostra che $AO : CO = BO : DO$ .
24	Dimostra che in un triangolo rettangolo le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa sono proporzionali ai quadrati dei rispettivi cateti.
25	Tre semirette r, s, t, hanno origine comune O, e Or è interna all'angolo acuto $s\hat{O}t$ . Su r prendi due punti A e A', e da essi conduci le perpendicolari AB, A'B', AC, A'C', rispettivamente, alle semirette s e t. Dimostra che BC è parallela a B'C'.

26	Per un punto $P$ dell'altezza $AH$ di un triangolo isoscele $ABC$ conduci la perpendicolare al lato $AB$ fino ad incontrarlo in $N$ . Dimostra che $NP : NA = HB : HA$ .
27	Dimostra che, dati due triangoli con le basi coincidenti e di altezze congruenti, una retta parallela alla base comune e che taglia i triangoli determina in essi due corde congruenti.
28	Dimostra che in due triangoli simili due lati omologhi stanno tra loro come i raggi dei cerchi circoscritti.
29	Dimostra che in due triangoli simili due lati omologhi stanno tra loro come i raggi dei cerchi inscritti.
30	Sia $ABCD$ un trapezio di base maggiore $AB$ e siano $O$ ed $N$ , rispettivamente, il punto d'intersezione delle diagonali e il punto medio della base minore $CD$ . Prolunga $ON$ in modo che intersechi $AB$ nel punto $M$ . Dimostra che $M$ è il punto medio di $AB$ e che $O$ divide $MN$ in parti proporzionali alle basi del trapezio.
31	Dimostra che le altezze di un triangolo sono inversamente proporzionali ai relativi lati.
<i>la similitudine nella circonferenza</i>	
32	Il quadrilatero $ABCD$ è inscritto in una circonferenza e i vertici $A$ e $C$ sono allineati con il punto d'incontro $P$ delle tangenti nei vertici $B$ e $D$ . Dimostra che il rettangolo che ha due lati opposti del quadrilatero è equivalente al rettangolo degli altri due lati opposti.

33	<p>Su una circonferenza, fissato un verso di percorrenza, scegli nell'ordine quattro punti <math>P, Q, P', Q'</math>, in modo che le corde <math>PP'</math> e <math>QQ'</math> si intersechino in un punto <math>E</math>. Congiungi <math>P</math> con <math>Q</math> e <math>P'</math> con <math>Q'</math>, dimostra che <math>PQ : P'Q' = PE : EQ'</math>.</p>
34	 <p>Se un quadrangolo è inscritto in una circonferenza, il rettangolo formato dalle diagonali è equivalente alla somma dei rettangoli formati dalle due coppie di lati opposti. Teorema di TOLOMEO</p>
35	<p>Due circonferenze si secano nei due punti <math>A</math> e <math>B</math>. Da un punto <math>P</math> della corda <math>AB</math> traccia una retta che incontra la prima circonferenza in due punti <math>C</math> e <math>D</math> e la seconda nei punti <math>E</math> e <math>F</math>. Dimostra che il rettangolo avente come lati i segmenti <math>PC</math> e <math>PD</math> è equivalente al rettangolo avente come lati i segmenti <math>PE</math> e <math>PF</math>.</p>
36	<p>Nel triangolo <math>ABC</math> disegna le altezze <math>AD</math> e <math>BE</math>. Sia <math>F</math> l'intersezione delle rette <math>AD</math> e <math>BE</math>. Dimostra che i segmenti <math>AD</math> e <math>AC</math> sono proporzionali ai segmenti <math>AE</math> e <math>AF</math>.</p>
37	<p>Siano <math>ABC</math> e <math>ABD</math> due triangoli rettangoli con i vertici <math>C</math> e <math>D</math> da parti opposte rispetto all'ipotenusa comune <math>AB</math>. Prolunga i lati <math>AC</math> e <math>DB</math> fino a incontrarsi nel punto <math>E</math>. Dimostra che <math>EA : ED = EB : EC</math>.</p>
38	<p>Disegna una circonferenza di centro <math>O</math> e congiungi un punto <math>P</math> esterno alla circonferenza con <math>O</math>. Indica con <math>A</math> il punto d'incontro della circonferenza con <math>PO</math>. Da <math>P</math> traccia una tangente alla circonferenza e indica con <math>T</math> il punto di tangenza. Dimostra che la differenza dei quadrati costruiti su <math>PT</math> e su <math>PA</math> è equivalente al rettangolo avente i lati congruenti al diametro della circonferenza e al segmento <math>AP</math>.</p>

## poligoni simili

39	Dato un trapezio ABCD fissa un punto P sulla retta BC. Prendi il punto Q sulla retta AD in modo che $QC \parallel PA$ . Dimostra che $QB \parallel PD$ .
40	Dimostra che, se in un trapezio rettangolo le diagonali sono perpendicolari, il lato perpendicolare alle basi è medio proporzionale fra queste.
41	Dimostra che in un trapezio i punti medi delle basi, il punto d'incontro dei lati obliqui e il punto d'incontro delle diagonali sono allineati.
42	Dimostra che due parallelogrammi sono simili se hanno ordinatamente proporzionali due lati e una diagonale.
43	Dimostra che due parallelogrammi sono simili se hanno ordinatamente proporzionali le diagonali e un lato.
44	Dato un trapezio rettangolo ABCD, rettangolo in A e in D, dimostra che se le diagonali del trapezio sono perpendicolari allora i triangoli DAB e ACD sono simili.
45	Dimostra che in un trapezio ciascuna diagonale viene divisa dall'altra in parti proporzionali alle basi.
46	<i>Dimostra che i lati CA e CB del triangolo ABC, inscritto in una circonferenza, sono proporzionali all'altezza CH e al diametro CE della circonferenza.</i>
47	Dato il trapezio ABCD di base AB e CD, con $AB > CD$ , prolunga i lati non paralleli AD e BC e sia R il loro punto d'intersezione. Dimostra che le distanze di R dalle rette delle basi sono proporzionali alle basi stesse.

48	Sia ABCD un quadrangolo inscritto in una semicirconferenza di diametro AB e sia E il punto d'intersezione dei prolungamenti delle corde AC e BD. Dimostra che i triangoli ABE e CDE sono simili.
49	Dimostra che, se due quadrilateri convessi hanno ordinatamente un angolo congruente e i quattro lati in proporzione, allora sono simili.
50	Sia ABCD un parallelogramma e AC una sua diagonale. Per un punto P di AC traccia le parallele ai lati e dimostra che, fra i quattro parallelogrammi ottenuti, quelli che hanno per diagonale i segmenti AP e PC sono simili.
51	Dimostra che se due poligoni sono simili e uno di essi è inscrittibile in una circonferenza, anche l'altro lo è.