

equazione della circonferenza		
1	Determina l'equazione di una circonferenza di raggio $2\sqrt{3}$ avente il centro nel punto in cui la retta di equazione $2x + 3y = 5$ interseca la bisettrice del 1° quadrante.	$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 10 = 0$
2	Scrivi l'equazione di una circonferenza concentrica alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 9 = 0$ e passante per il punto $(1; 1)$ .	$x^2 + y^2 - 6x + 2y + 2 = 0$
3	Scrivi l'equazione di una circonferenza concentrica alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 1 = 0$ e di raggio 2.	$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$
4	Scrivi l'equazione di una circonferenza che ha centro sull'asse $x$ e ha per corda il segmento di estremi $A(-1; 2)$ e $B(1; 4)$ .	$x^2 + y^2 - 6x - 11 = 0$
5	Scrivi l'equazione di una circonferenza circoscritta al triangolo di vertici $O(0; 0)$ , $A(3; 0)$ , $B(1; 2)$ .	$x^2 + y^2 - 3x - y = 0$
6	Scrivi l'equazione della circonferenza inscritta e della circonferenza circoscritta al quadrato di vertici $A(1; 1)$ , $B(3; 1)$ , $C(1; 3)$ , $D(3; 3)$ .	$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 = 0$
7	Stabilisci la relazione che deve esistere tra i parametri $a$ e $b$ affinché l'equazione $x^2 + y^2 - 2ax + by + a^2 + 3ab = 0$ , con $a > 0$ , $b > 0$ , rappresenti una circonferenza.	$b - 12a > 0$
8	Determina il valore di $m$ in modo tale che la retta $y = 6mx - 5$ passi per il centro della circonferenza $x^2 + y^2 - 6x - 10y - 2 = 0$ .	$m = \frac{5}{9}$
9	Scrivi l'equazione della circonferenza che passa per i tre punti $A(0; 1)$ , $B(1; 0)$ , $C(2; 2)$ e quella della circonferenza che passa per i punti medi dei segmenti $AB$ , $BC$ e $CA$ . Calcola inoltre la distanza dei centri delle due circonferenze.	$3x^2 + 3y^2 - 7x - 7y + 4 = 0$ $6x^2 + 6y^2 - 11x - 11y + 8 = 0$ $\frac{\sqrt{2}}{4}$
10	I punti $A(2; 1)$ , $B(5; 2)$ , $C(3; 0)$ sono tre vertici consecutivi di un parallelogramma $ABCD$ . Dopo aver determinato le coordinate del vertice $D$ del parallelogramma, scrivi l'equazione della circonferenza che ha diametro $CD$ .	$D(0; -1)$ $x^2 + y^2 - 3x + y = 0$
11	I punti $A(1; -3)$ , $B(3; -5)$ , $C(4; 4)$ sono i vertici di un triangolo. Determina l'equazione della circonferenza di centro $C$ e avente il raggio coincidente con l'altezza relativa al lato $AB$ del triangolo.	$x^2 + y^2 - 8x - 8y - 18 = 0$

## posizioni reciproche di una retta e una circonferenza

12	Scrivi le equazioni delle rette parallele alla retta di equazione $y = 2x - 1$ che siano tangenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ .	$y = 2x - 5 \pm \sqrt{5}$
13	Sia data l'equazione di una circonferenza $x^2 + y^2 - 5x + 6y + 4 = 0$ . Determinane centro e raggio. Trova inoltre le intersezioni della circonferenza con l'asse delle $x$ e scrivi le equazioni delle tangenti $t_1$ e $t_2$ in questi punti.	$C(\frac{5}{2}; -3)$ ; $r = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ $y = \frac{1}{2}(x - 1)$ $y = -\frac{1}{2}(x - 4)$
14	Determina la lunghezza della corda che la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 12x + 2y - 37 = 0$ stacca sulla retta di equazione $y = 2x + 4$ .	$\frac{18\sqrt{5}}{5}$

15	Determina il valore del parametro $k$ affinché la retta di equazione $y = k$ incontri la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 7 = 0$ in due punti $A$ e $B$ tali che $AB = 4$ .	$7; -1$
16	Scrivi l'equazione della retta parallela all'asse $x$ sulla quale la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 2x + 8y = 0$ stacca una corda di lunghezza $4\sqrt{2}$ .	$y = -7; y = -1$
17	Scrivi le equazioni delle tangenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 32 = 0$ condotte dal punto $P(9; 7)$ . Calcola successivamente le misure dei segmenti di queste tangenti compresi tra $P$ e i punti di contatto.	$y = 7; y = \frac{24}{7}x - \frac{167}{7}; 4$
18	Scrivi le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 10 = 0$ nei suoi punti di ascissa 3.	$3x + y - 10 = 0$ $3x - y - 10 = 0$
19	Scrivi le equazioni delle tangenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 8x - 6y = 0$ nei suoi punti di intersezione con l'asse $y$ .	$4x - 3y = 0$ $4x + 3y - 18 = 0$
20	Scrivi l'equazione delle circonferenze di raggio $3\sqrt{2}$ e tangenti nell'origine degli assi alla bisettrice del 1° e 3° quadrante. Scrivi inoltre le equazioni delle tangenti comuni alle circonferenze.	$x^2 + y^2 \pm 6x \mp 6y = 0$ $y = x$ $x + y \mp 6 = 0$
21	Detti $A$ e $B$ i punti di intersezione della circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 5$ con la retta di equazione $y = 2x$ , verifica che le tangenti della circonferenza in questi punti sono parallele.	$x + 2y - 5 = 0$ $x + 2y + 5 = 0$
22	Trova i punti di intersezione tra la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ e la retta di equazione $y = x - 2$ e poi determina le equazioni delle rette tangenti in tali punti.	$(4; 2); (1; -1)$ $2x + y - 10 = 0$ $x + 2y + 1 = 0$
23	Trova la misura della corda staccata sulla retta di equazione $x + y - 3 = 0$ dalla circonferenza tangente all'asse $y$ che ha il centro di ordinata 3 appartenente alla retta di equazione $y = 2x - 5$ .	$4\sqrt{2}$
24	Sia data la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$ . Trova le equazioni delle tangenti nei suoi punti di intersezione $A$ e $B$ con l'asse $y$ e calcola l'area del quadrilatero $CABT$ , essendo $C$ il centro della circonferenza e $T$ il punto di intersezione delle due tangenti.	$y = -\frac{1}{3}x + 5$ $y = \frac{1}{3}x - 1$ $area = 30$
25	Determina le tangenti della circonferenza $x^2 + y^2 = 25$ parallele alla retta $4x - 3y = 0$ . Detti $A$ e $B$ i punti di tangenza, calcola l'area del triangolo $ABP$ con $P(3; 4)$ .	$4x - 3y \pm 25 = 0$ $area = 25$

## Problemi sulla circonferenza

26	Date le circonferenze di equazione $x^2 + y^2 + 6x - 2y + k = 0$ , determina per quali valori del parametro $k$ le circonferenze corrispondenti sono tangenti alla retta di equazione $y = 3x + 20$ .	$k = 0$
27	Nell'equazione $y = \frac{3}{4}x + k$ determina $k$ in modo tale che la retta data sia tangente alla circonferenza $x^2 + y^2 = 25$ e trova le coordinate del punto di tangenza.	$k = \pm \frac{25}{4}$ $(-3; 4); (3; -4)$

### posizioni reciproche tra due circonferenze

28	Determina gli eventuali punti di intersezione delle due circonferenze assegnate: a) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 12 = 0$ e $x^2 + y^2 - 8x + 14y - 20 = 0$ ; b) $x^2 + y^2 + 8x - 2y + 8 = 0$ e $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ .	a) $(2; 2)$ e $(-3; -1)$ b) nessuna intersezione
29	Determina l'equazione della circonferenza avente per diametro la corda comune alle circonferenze $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ e $x^2 + y^2 - 6x + 4y = 0$ .	$5x^2 + 5y^2 - 21x - 7y = 0$
30	Calcola l'area del triangolo individuato dall'asse delle ordinate, dalla retta dei centri delle circonferenze di equazioni $x^2 + y^2 + 6x - 1 = 0$ e $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 5 = 0$ e dal loro asse radicale.	15
31	Scrivi l'equazione della circonferenza tangente all'asse $y$ nel punto di ordinata 2 e passante per il punto $A(-2; 1)$ . Scrivi inoltre l'equazione di un'altra circonferenza che passi per il punto $B(-10; 2)$ e che, con la circonferenza precedente, abbia come asse radicale la retta di equazione $x + 2 = 0$ .	$2x^2 + 2y^2 + 5x - 8y + 8 = 0$ ; $8x^2 + 8y^2 + 95x - 32y + 182 = 0$
32	Due circonferenze hanno i centri sulla retta di equazione $y = x - 1$ , sono tangenti internamente e i loro raggi sono uno il doppio dell'altro. Scrivi le loro equazioni sapendo che quella più esterna è tangente all'asse delle ascisse nel punto di ascissa 3.	$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$ $(x - 3 \pm \frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (y - 2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2})^2 = 1$
33	Determina i punti $A$ e $B$ di intersezione delle due circonferenze di equazioni $x^2 + y^2 = 25$ e $x^2 + y^2 - 20x + 10y + 25 = 0$ e indica con $C$ il punto di coordinate $(-2; 2)$ . Calcola l'area del triangolo $ABC$ .	22
34	Date le due circonferenze, di raggio 6, che passano per i punti $A(-2; -4)$ e $B(9; -2)$ , determina l'equazione dell'asse radicale e quella della retta che passa per i centri.	$y = \frac{2}{11}x - \frac{40}{11}$ $y = -\frac{11}{2}x + \frac{65}{4}$
35	Determina l'area del quadrilatero i cui vertici sono i centri delle circonferenze di equazioni $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 8 = 0$ e $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 16 = 0$ e i loro punti di intersezione.	$6\sqrt{13}$

### fasci di circonferenze

36	Determina l'equazione del fascio di circonferenze definito dalle circonferenze di equazioni $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 24 = 0$ e $x^2 + y^2 - 4x = 0$ . Scrivi poi l'equazione dell'asse radicale del fascio e della retta dei centri.	$[(1+k)x^2 + (1+k)y^2 +$ $-(4k+10)x - 6y + 24 = 0$ $y = -x + 4$ $y = x - 2$
37	Scrivi l'equazione della circonferenza che passa per i punti A e B comuni alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 5x + 3y - 6 = 0$ e alla retta di equazione $3x + 2y - 8 = 0$ e ha la retta $x - 5y - 3 = 0$ come diametro.	$x^2 + y^2 - 11x - y + 10 = 0$
38	Determina l'equazione del fascio individuato dalle due circonferenze $\gamma_1$ e $\gamma_2$ aventi lo stesso raggio lungo $\sqrt{10}$ sapendo che i loro centri si trovano sulla retta di equazione $y = 2$ e che il centro della prima circonferenza ha ascissa $-3$ mentre quello della seconda circonferenza appartiene alla bisettrice del 1° e del 3° quadrante. Trova l'equazione dell'asse radicale, la circonferenza del fascio passante per $(0; 4)$ e la circonferenza tangente all'asse $x$ .	$x = -\frac{1}{2}$ $x^2 + y^2 - 4y = 0$ $x^2 + y^2 - 4y = 0$ $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$
39	Scrivi l'equazione della circonferenza che passa per i punti $A(1; -3)$ e $B(-2; 4)$ e ha il centro sulla retta di equazione $9x - 11y - 5 = 0$ . Scrivi poi le equazioni delle tangenti alla circonferenza nei punti A e B e determina la loro posizione reciproca.	$x^2 + y^2 - 6x - 4y - 16 = 0$ $2x + 5y + 13 = 0$ $5x - 2y + 18 = 0$ <p><i>ortogonali</i></p>
40	Tra tutte le circonferenze tangenti nel punto $T(1; 1)$ alla bisettrice del primo e terzo quadrante, determina quelle che sono tangenti alla bisettrice del secondo e quarto quadrante.	$x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$ $x^2 + y^2 - 4y + 2 = 0$
41	Determina per quali valori di $t$ l'equazione $x^2 + y^2 - 2(t-1)x + 2(t-2)y + 2t - 1 = 0$ rappresenta un fascio di circonferenze. Determina poi la circonferenza del fascio che: a) ha il centro sull'asse $x$ ; b) ha il centro sull'asse $y$ ; c) passa per l'origine degli assi cartesiani; d) ha il centro sulla retta $y = x$	$t \leq 1; t \geq 3;$ <p>a) <math>t = 2</math></p> <p>b) <math>t = 1</math></p> <p>c) <math>t = \frac{1}{2}</math></p> <p>d) nessun valore di <math>t</math></p>
42	Considera il fascio di circonferenze di equazione $x^2 + y^2 + 4kx - (4+k)y + 4 + 2k = 0$ e studiane le caratteristiche. Determina per quale valore di $k$ si ha la circonferenza che: a) ha il centro di ascissa 4; b) interseca l'asse $y$ nel punto di ordinata $-1$ ; c) stacca sulla retta di equazione $y = 1$ una corda lunga $8\sqrt{2}$	<p><i>circonferenze tangenti in <math>T(0; 2)</math></i></p> <p>a) <math>k = -2</math></p> <p>b) <math>k = -3</math></p> <p>c) <math>k = -\frac{11}{4}, k = 3</math></p>
43	Determina le equazioni delle circonferenze di raggio $r = 15$ e tangenti alla circonferenza $x^2 + y^2 = 100$ nel punto $P(6; -8)$ . Determina l'equazione del fascio di circonferenze tangenti a quella data nel punto P.	$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 225$ $(x-15)^2 + (y+20)^2 = 225$ $x^2 + y^2 + 3tx - 4ty -$ $+(50t+100) = 0$

44	<p>sono dati il punto <math>C(-1; 1)</math> e la retta <math>s</math> di equazione <math>2x + y - 4 = 0</math>.</p> <p>a) Determina i punti di intersezione della circonferenza di centro <math>C</math> e raggio <math>\sqrt{10}</math> con la retta <math>s</math> e indicali con <math>A</math> e <math>B</math>;</p> <p>b) Scrivi l'equazione del fascio di circonferenze passanti per i punti <math>A</math> e <math>B</math>;</p> <p>c) Trova nel fascio l'equazione della circonferenza passante per <math>C</math>;</p> <p>d) Determina l'equazione della circonferenza passante per <math>A</math> e <math>B</math> e avente raggio <math>\sqrt{50}</math></p>	<p>a) <math>A(0; 4); B(2; 0)</math></p> <p>b) <math>x^2 + y^2 + (2k + 2)x + (k - 2)y - 4k - 8 = 0</math></p> <p>c) <math>x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0</math></p> <p>d) <math>x^2 + y^2 + 10x + 2y - 24 = 0</math></p> <p>d) <math>x^2 + y^2 - 14x - 10y + 24 = 0</math></p>
45	<p>Dato il fascio di circonferenze di equazione <math>x^2 + y^2 + (m - 6)x + (6 - m)y + 9 - 3m = 0</math> determina per quali valori del parametro <math>m</math> si ottiene la circonferenza:</p> <p>a) di raggio <math>\frac{3\sqrt{2}}{2}</math>;</p> <p>b) che passa per il punto <math>(-3; 4)</math>;</p> <p>c) il cui centro ha distanza <math>\sqrt{2}</math> dall'origine degli assi;</p> <p>d) che incontra la retta <math>x - y - 1 = 0</math>.</p>	<p>a) <math>m = 3</math></p> <p>b) <math>m = \frac{38}{5}</math></p> <p>c) <math>m = 4, m = 8</math></p> <p>d) <math>m \geq \frac{7}{4}</math></p>
46	<p>Dopo aver studiato il fascio di circonferenze di equazione <math>x^2 + y^2 - 6x + (k - 2)y + 6 - 2k = 0</math>, trova per quali valori di <math>k</math> si ha una circonferenza:</p> <p>a) che racchiude un'area che vale <math>7\pi</math>;</p> <p>b) con il centro che ha distanza dalla retta di equazione <math>x + 2y - 1 = 0</math> minore di <math>2\sqrt{5}</math></p>	<p><i>circonferenze secanti</i></p> <p>a) <math>k = -6</math> e <math>k = 2</math></p> <p>b) <math>-6 &lt; k &lt; 14</math></p>
47	<p>Dopo aver scritto l'equazione del fascio di circonferenze di punti base <math>(0; 0), (2; 2)</math>, determina l'equazione della circonferenza <math>\mathcal{S}_1</math> del fascio che passa per il punto <math>(4; 0)</math> e l'equazione della circonferenza <math>\mathcal{S}_2</math> del fascio simmetrica di <math>\mathcal{S}_1</math> rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante. Trova inoltre le equazioni delle tangenti comuni a <math>\mathcal{S}_1</math> e <math>\mathcal{S}_2</math></p>	<p><math>\mathcal{S}_1: x^2 + y^2 - 4x = 0</math></p> <p><math>\mathcal{S}_2: x^2 + y^2 - 4y = 0</math></p> <p><math>x + y - 2 \pm 2\sqrt{2} = 0</math></p>
48	<p>Tra tutte le circonferenze tangenti alla retta <math>t</math> di equazione <math>2x - y = 0</math> nell'origine <math>O</math> del sistema di riferimento, determina quelle tangenti alla retta <math>s</math> di equazione <math>2x + y - 4 = 0</math>. Trova poi l'ulteriore tangente comune alle due circonferenze individuate e calcola l'area del triangolo che si forma con l'intersezione delle tre tangenti.</p>	<p><math>x^2 + y^2 - 2x + y = 0</math></p> <p><math>x^2 + y^2 + 8x - 4y = 0</math></p> <p><math>2x - 11y - 20 = 0</math></p> <p><math>\frac{20}{3}</math></p>
49	<p>Dopo aver scritto l'equazione del fascio di circonferenze tangenti nel punto <math>(-1; 1)</math> alla retta di equazione <math>x - y + 2 = 0</math>, determina:</p> <p>a) l'equazione della circonferenza <math>\mathcal{S}_0</math> del fascio con il centro nell'origine degli assi;</p> <p>b) l'equazione della circonferenza <math>\mathcal{S}_1</math> del fascio tangente alla retta <math>x - y - 6 = 0</math>;</p> <p>c) l'equazione della circonferenza <math>\mathcal{S}_2</math> tangente esternamente a <math>\mathcal{S}_0</math>, internamente a <math>\mathcal{S}_1</math> e con il centro sulla retta <math>x + y = 0</math>;</p> <p>d) per quali valori di <math>h \in \mathbb{R}</math> la retta <math>y = h</math> incontra le tre circonferenze trovate.</p>	<p>a) <math>x^2 + y^2 - 2 = 0</math></p> <p>b) <math>x^2 + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0</math></p> <p>c) <math>x^2 + y^2 - 4x + 4y + 6 = 0</math></p> <p>d) <math>-\sqrt{2} \leq h \leq -\sqrt{2} - 2</math></p>

50

Determina l'equazione della circonferenza  $\gamma$  tangente alla retta  $t$  passante per  $A(0; 3)$  e  $B(6; 1)$  e avente centro sull'asse del segmento  $AB$  e con ascissa 2. Trova poi il fascio di circonferenze individuato da  $\gamma$  e avente per asse radicale la retta  $t$ . Tra le circonferenze del fascio, individua quella che stacca sull'asse  $x$  una corda lunga 3 e non interseca l'asse  $y$ .

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$$