

Circonferenza

scrivere l'equazione della circonferenza passante per P, Q ed R e determinarne il centro ed il raggio		
1	$P(-9,9), Q(-2,0), R(-8,6)$	$x^2 + y^2 - 7x - 23y - 18 = 0$ $C\left(\frac{7}{2}, \frac{23}{2}\right) r = \frac{5\sqrt{26}}{2}$
2	$P(-6,-8), Q(-9,1), R(4,2)$	$x^2 + y^2 + \frac{9x+7y}{2} - 45 = 0$ $C\left(-\frac{9}{4}, -\frac{7}{4}\right) r = \frac{5\sqrt{34}}{4}$
3	$P(-1,-7), Q(-9,1), R(-3,4)$	$x^2 + y^2 = \frac{50-23x-11y}{3}$ $C\left(-\frac{23}{6}, -\frac{11}{6}\right) r = \frac{25\sqrt{2}}{6}$
4	$P(-9,-7), Q(5,-2), R(6,-7)$	$x^2 + y^2 + 3x + \frac{59y}{5} - \frac{102}{5} = 0$ $C\left(-\frac{3}{2}, -\frac{59}{10}\right) r = \frac{13\sqrt{34}}{10}$

scrivere l'equazione della circonferenza circoscritta al triangolo formato dalle tre rette assegnate		
5	$r: 5x + 4y - 5 = 0, s: 4x + 7y - 23 = 0, t: x - 3y - 1 = 0$	$19x^2 + 19y^2 = 47x + 163y - 28$
6	$r: x - 7y + 12 = 0, s: 7x - 4y - 6 = 0, t: 2x + y + 9 = 0$	$x^2 + y^2 + \frac{7x}{3} + \frac{5y}{3} - 16 = 0$

scrivere l'equazione della circonferenza inscritta al triangolo formato dalle tre rette assegnate		
7	$r: \frac{11x}{2} + \frac{18y}{5} = \frac{201}{10}, s: \frac{18y}{5} = \frac{238}{5} + \frac{11x}{2}, t: \frac{3x}{2} + \frac{32y}{5} + \frac{318}{5} = 0$	$5x^2 + 5y^2 = 151 - 25x - 26y$
8	$r: \frac{17x}{3} + 2y - \frac{98}{3} = 0, s: \frac{x}{3} - 6y + \frac{164}{3} = 0, t: \frac{10x}{3} + 5y + \frac{80}{3} = 0$	$x^2 + y^2 + \frac{10x}{3} - 6y - \frac{73}{3} = 0$

dire sulla posizione reciproca tra due circonferenze e calcolare gli eventuali punti di intersezione		
9	$\Gamma_1: x^2 + y^2 + \frac{15}{16} = \frac{8x+6y}{5}, \Gamma_2: x^2 + y^2 = \frac{32x}{5} + \frac{132y}{35} + \frac{9}{2}$	Interne
10	$\Gamma_1: x^2 + y^2 + \frac{10x}{9} + \frac{199y}{24} = -\frac{27}{8}, \Gamma_2: x^2 + y^2 + 7x + \frac{31y}{8} = \frac{79}{8}$	Secanti, $A(-3,-7), B\left(\frac{3}{2}, -1\right)$
11	$\Gamma_1: x^2 + y^2 + 4y = -\frac{144}{49}, \Gamma_2: x^2 + y^2 + 2x + y = \frac{332}{49}$	Tangenti interne, $T\left(\frac{4}{7}, -\frac{20}{7}\right)$
12	$\Gamma_1: x^2 + y^2 - \frac{4x}{5} + \frac{4y}{3} = -\frac{4}{9}, \Gamma_2: x^2 + y^2 - \frac{14x}{5} - \frac{58y}{15} = 10$	Interne

fasci di circonferenze		
13	Dato $(k + 1)(x^2 + y^2) + 6(k - 1)x + 2(4k - 5)y = 39k - 33$ un fascio di circonferenze, determinare: a) la circonferenza del fascio passante per il punto $A(0,2)$; b) i valori di k corrispondenti alle circonferenze del fascio tangenti alla retta di equazione $x + y = 3$; c) i valori di k corrispondenti alle circonferenze del fascio che staccano sull'asse delle x una corda di lunghezza $\sqrt{12}$	$x^2 + y^2 = 1 + \frac{x}{3} + \frac{3y}{2}$ $k = \frac{1 \pm 9\sqrt{2}}{14}$ $k = 1, k = -\frac{3}{5}$

Circonferenza

14	<p>Dato $(k + 1)(x^2 + y^2) + 4(1 - 2k)x - 4(4k + 3)y + 79k + 24 = 0$ un fascio di circonferenze, determinare:</p> <p>a) le circonferenze del fascio tangenti alla retta $3x + y = \frac{55}{4}$;</p> <p>b) se la circonferenza di raggio $\sqrt{541}$ e centro $C(-20,0)$ appartiene al fascio, e se sì per quale k;</p> <p>c) i valori di k corrispondenti alle circonferenze del fascio che staccano sulla retta $3y - x = 20$ una corda di lunghezza 8</p>	<p><i>Non ne esistono</i></p> $k = -\frac{3}{4}$ $k = 0, k = -\frac{11}{3}$
15	<p>Dato $(k + 1)(x^2 + y^2) + 2(7 + 6k)x + 2(3 + 8k)y + 96k + 9 = 0$ un fascio di circonferenze, determinare:</p> <p>a) la circonferenza del fascio passante per $A\left(-\frac{293}{52}, -\frac{511}{52}\right)$;</p> <p>b) le circonferenze del fascio di area pari a 11π;</p> <p>c) la circonferenza del fascio concentrica a quella di equazione $29x^2 + 29y^2 + 412x + 144y = \frac{6204}{29}$</p>	<p><i>Non esiste</i></p> $x^2 + y^2 + 10x + 26y + 183 = 0$ $x^2 + y^2 + \frac{163x+173y}{13} = -\frac{1887}{26}$ $x^2 + y^2 + \frac{412x}{29} + \frac{144y}{29} = 0$
16	<p>Dato il fascio di circonferenze avente $A(-1,0)$ e $B\left(-\frac{3}{10}, \frac{1}{2}\right)$ come punti base, determinare la circonferenza:</p> <p>a) del fascio di raggio $\frac{\sqrt{37}}{2}$;</p> <p>b) del fascio il cui centro appartiene alla retta di equazione $y = 7x + \frac{7}{50}$;</p> <p>c) del fascio il cui centro appartiene all'asse radicale.</p>	$5x^2 + 5y^2 - 11x + 22y = 16$ $5x^2 + 5y^2 + 24x - 27y = -19$ $x^2 + y^2 + \frac{4x}{21} + \frac{79y}{75} = \frac{17}{21}$ $10x^2 + 10y^2 + 13x - 5y = -3$
17	<p>Dato il fascio di circonferenze avente $T\left(-1, -\frac{7}{3}\right)$ come unico punto base e $8x - 3y + 1 = 0$ come retta dei centri, determinare:</p> <p>a) gli elementi del fascio la cui circonferenza vale $\sqrt{73}\pi$;</p> <p>b) i valori del coefficiente a tali che le corrispondenti circonferenze staccano sull'asse delle ordinate corde di lunghezza maggiore o uguale a 9;</p> <p>c) la circonferenza del fascio tangente alla retta $y = x - \frac{4}{3}$</p>	$x^2 + y^2 = x + \frac{10y}{3} + \frac{137}{9}$ $x^2 + y^2 + 5x + \frac{38y}{3} + \frac{253}{9} = 0$ $a \leq -\frac{19}{16} \cup a \geq \frac{23}{4}$ $x^2 + y^2 + 2x + \frac{14y}{3} + \frac{58}{9} = 0$

trovare le generatrici, la retta dei centri, l'asse radicale e i punti base dei seguenti fasci di circonferenze

18	$(k + 1)(x^2 + y^2) + 4(3k + 4)y + 8(2k + 1)x + 96k + 64 = 0$	$x^2 + y^2 + 8x + 16y + 64 = 0$ $x^2 + y^2 + 16x + 12y + 96 = 0$ $x + 2y + 20 = 0$ $2x - y + 8 = 0$ $A(-8, -8) \quad B\left(-\frac{32}{5}, -\frac{24}{5}\right)$
19	$(k + 1)(x^2 + y^2) + 2(6k - 5)x + 10(1 - k)y + 57k + 14 = 0$	$x^2 + y^2 - 10x + 10y + 14 = 0$ $x^2 + y^2 + 12x - 10y + 57 = 0$ $10x + 11y + 5 = 0$ $22x - 20y + 43 = 0$ <p><i>Non esistono</i></p>
20	$(k + 1)(x^2 + y^2) + 20(k + 1)x + 2(7 - 3k)y = -100(k + 1)$	$x^2 + y^2 + 20x + 14y + 100 = 0$ $x^2 + y^2 + 20x - 6y + 100 = 0$ $x = -10$ $y = 0$ $T(-10,0)$

Circonferenza

21	$(k + 1)(x^2 + y^2) + 4(5k + 1)x + 2(9k + 1)y + 132k = 20$	$x^2 + y^2 + 20x + 18y + 132 = 0$ $x^2 + y^2 + 4x + 2y = 20$ $y = x + 1$ $x + y = -\frac{19}{2}$ $A\left(-\frac{21+\sqrt{31}}{4}, \frac{\sqrt{31}-17}{4}\right)$ $B\left(\frac{\sqrt{31}-21}{4}, -\frac{\sqrt{31}+17}{4}\right)$
22	$(k + 1)(x^2 + y^2) + 2(3k - 8)x + 2(7k - 10)y + 9k = -163$	$x^2 + y^2 - 16x - 20y + 163 = 0$ $x^2 + y^2 + 6x + 14y + 9 = 0$ $17x - 11y = 26$ $11x + 17y = 77$ <i>Non esistono</i>

esercizi di riepilogo

23	<p>Si trovino il baricentro, l'incentro e il circocentro del triangolo circoscritto alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - x + y = 32$, inscritto nella circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = \frac{339x}{14} - \frac{67y}{2} + \frac{1914}{7}$ e con un vertice nel punto $P\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{2}\right)$</p>	$G\left(\frac{60}{7}, -\frac{26}{3}\right)$ $I\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ $C\left(\frac{339}{28}, -\frac{67}{4}\right)$
24	<p>Si determini se è possibile costruire un triangolo circoscritto alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + \frac{4y}{3} = \frac{47}{3}$, inscritto in quella di equazione $x^2 + y^2 + \frac{435x}{7} + \frac{898y}{21} = \frac{917}{3}$ e con il lato maggiore appartenente al fascio di rette $2x + \frac{y}{6} - 2 + k(24x + 2y + 3) = 0$</p>	$A(-5, 11)$ $B(0, -49)$ $C\left(\frac{29}{7}, \frac{5}{7}\right)$
25	<p>Si determini che tipo di triangolo può essere circoscritto alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 6x + 2y = 90$ e inscritto in quella di equazione $x^2 + y^2 + 6x + 2y = 390$; se ne trovi quindi l'area.</p>	<i>Equilatero</i> $300\sqrt{3}$
26	<p>Si determinino tutte le rette del fascio $40x + 40y + 5k(2x - 1 + 2y) = 1$ che individuano una corda di lunghezza $\sqrt{14}$ sulla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 8x + \frac{20y}{7} + \frac{688}{49} = 0$. Qual è l'area del quadrilatero inscritto che ammette tali corde come basi?</p>	$x + y + \frac{31}{7} = 0$ $x + y + \frac{45}{7} = 0$ $2\sqrt{7}$
27	<p>Si trovino le equazioni delle due rette passanti per il punto $P(-9, 5)$ tali da essere tangenti alla circonferenza passante per i punti $A(-3, -5)$, $B(-3, -3)$ e $C(3, -1)$. Si determini inoltre la distanza tra i loro punti di tangenza.</p>	$87x + 79y + 388 = \pm \frac{40\sqrt{13}}{3}(x + 9)$ $8\sqrt{\frac{130}{157}}$
28	<p>Sono dati i punti $A(-4, 0)$, $B(-6, 1)$ e la circonferenza Γ di equazione $x^2 + y^2 + \frac{32x}{3} - \frac{4y}{3} = -\frac{2320}{81}$. Si traccino le rette per A e B tangenti a Γ e si consideri il quadrilatero inscritto formato congiungendo i quattro punti di tangenza così trovati. Si riconosca il tipo di quadrilatero e se ne calcoli l'area.</p>	<i>Trapezio isoscele</i> $A = \frac{20}{243}(\sqrt{5} + 2\sqrt{2})$
29	<p>Sono dati i punti $A(9, -6)$, $B(1, -4)$ e $C(-5, 6)$. Si trovi il baricentro del triangolo formato dalle rette tangenti in A, B e C alla circonferenza passante per quegli stessi punti.</p>	$G\left(-\frac{23}{18}, -\frac{83}{18}\right)$

Circonferenza

30	<p>Sono dati la circonferenza Γ di equazione $x^2 + y^2 + 7 = \frac{16y}{3}$ ed il fascio di rette $y - \frac{8}{3} = \frac{x}{5}(8k - 9)$. Dopo aver determinato i punti di intersezione di Γ con le rette del fascio di coefficienti angolari 0 e $-\frac{3}{5}$ rispettivamente, si traccino le rette tangenti a Γ nei punti trovati, si riconosca il quadrilatero da esse formato e se ne calcoli l'area.</p>	<p>Rombo, $A = \frac{4\sqrt{34}}{27}$</p>
31	<p>Trovare le equazioni di tutte le circonferenze tangenti agli assi coordinati e alla retta $3x + 3y = 1$. Quante sono?</p>	$x^2 + y^2 + \frac{1}{18} = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}(x - y)$ $x^2 + y^2 + \frac{1}{6} \pm \frac{\sqrt{2}}{9} = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{3}(x + y)$
32	<p>Dato il triangolo ABC con $A(1, -4)$, $B(-3, -7)$ e $C(-3, 7)$, costruire tre circonferenze centrate nei vertici di ABC tali che ciascuna di esse sia tangente esternamente alle altre due.</p>	$x^2 + y^2 + 8y - 2x = \frac{75 - 9\sqrt{137}}{2}$ $x^2 + y^2 + 6x + 14y = \frac{133 - 19\sqrt{137}}{2}$ $x^2 + y^2 + 6x - 14y = \frac{9\sqrt{137} - 7}{2}$
33	<p>Scrivere l'equazione della circonferenza Γ circoscritta al triangolo di vertici $A(1, 1)$, $B(-1, -1)$, $C(-2, 1)$. Scrivere l'equazione della retta r parallela alla retta $y = 2x + 1$ che stacca su Γ una corda di lunghezza $\sqrt{5}$</p>	$x^2 + y^2 + x - y - 2 = 0$ $y = 2x - 1$ $y = 2x + 4$
34	<p>Scrivere l'equazione della retta tangente alla circonferenza $x^2 + y^2 - x + 2y - 3 = 0$ nel suo punto $P(1, -3)$. Detti A e B i punti di intersezione della tangente con gli assi cartesiani, determinare le misure del perimetro e dell'area del triangolo AOB</p>	$x - 4y - 13 = 0$ $2p = \frac{13\sqrt{17} + 65}{4}$ $Area = \frac{169}{8}$
35	<p>Scrivere l'equazione della circonferenza passante per il punto $A(-3, \frac{1}{2})$ e che ha centro nel punto d'incontro tra le rette $r: y - 2x = 0$ e $s: x - y - 3 = 0$</p>	$x^2 + y^2 + 6x + 12y + \frac{11}{4} = 0$
36	<p>Scrivere l'equazione della circonferenza concentrica alla circonferenza $\gamma: 2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - 2 = 0$ e passante per il punto $P(4, -1)$</p>	$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$
37	<p>Scrivere l'equazione della circonferenza passante per i punti $A(2, 3)$, $B(1, 5)$ e che ha centro sulla retta $r: x - y + 2 = 0$. Ricercare inoltre per quali valori del parametro k la retta di equazione $y = k$, stacca una corda di lunghezza $\sqrt{31}$ sulla circonferenza precedentemente calcolata.</p>	$x^2 + y^2 - 5x - 9y + 24 = 0$ <p>nessun valore di k</p>