Esercizi e problemi sull'iperbole

Indice

I problemi sono proposti in ordine di difficoltà crescente.

nota: in un file così lungo e complesso può accadere che sia presente un errore di diversa natura nonostante gli esercizi siano stati controllati più volte.

Saremo grati di ricevere segnalazioni di eventuali refusi o suggerimenti di qualsiasi natura.

1 determinare l'equazione dell'iperbole con i fuochi sull'asse delle x

1	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente i fuochi $F_1(-2;\ 0)$ ed $F_2(2;\ 0)$ e passante per A$(2;\ 3)$	$x^2-\frac{y^2}{3}=1$
2	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente i fuochi $F_1(3;\ 0)$ ed $F_2(-3;\ 0)$ ed il cui asse trasverso $2a=4$	$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$
3	Determinare l'equazione del luogo geometrico dei punti del piano tali che la differenza in valore assoluto delle distanze dai due punti fissi $P\left(-\sqrt{7};\ 0\right)$ e $Q\left(\sqrt{7};\ 0\right)$ è uguale a 5	$\frac{4}{25}x^2-\frac{4}{3}y^2=1$
4	Scrivere l'equazione dell'iperbole passante per i punti $P\left(-\sqrt{11};\ 2\right)$ e $Q(3;\ -1)$	$\frac{3}{25}x^2-\frac{2}{25}y^2=1$
5	Scrivere l'equazione dell'iperbole che ha un fuoco nel punto $F\ (-2;\ 0)$ e come asintoto la retta di equazione $y=\frac{\sqrt{189}}{5}x$	$\frac{x^2}{50}-\frac{y^2}{378}=1$
6	Scrivere l'equazione dell'iperbole con gli assi $a=\frac{25}{4}$ e $b=3$	$\frac{16}{625}x^2-\frac{y^2}{9}=1$
7	Scrivere l'equazione dell'iperbole sapendo che $a=\sqrt{6}$ e $b=1$	$\frac{x^2}{6}-y^2=1$
8	Scrivere l'equazione dell'iperbole con distanza focale uguale a 4 e passante per il punto $P(1;\ 1)$	$\frac{x^2}{3-\sqrt{5}}-\frac{y^2}{1+\sqrt{5}}=1$
9	Scrivere l'equazione dell'iperbole con asse trasverso uguale a 6 ed eccentricità $e=\frac{3}{2}$	$\frac{x^2}{9}-\frac{4}{45}y^2=1$
10	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente i vertici nei punti $V_1(3;\ 0)$ e $V_2(-3;\ 0)$ ed eccentricità $e=2$	$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1$

11	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente un vertice in $V(-3;0)$ e un fuoco $F(5;\ 0)$	$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$
12	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente un vertice in $(-1;0)$ e un fuoco in $F\left(\sqrt{10};\ 0\right)$	$9x^2-y^2=9$
13	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente un vertice in $\left(\frac{1}{5};0\right)$ e per eccentricità $e=\frac{\sqrt{41}}{4}$	$25x^2-16y^2=1$
14	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente un vertice nel punto $V(1;\ 0)$ e un fuoco nel punto $F(2;\ 0)$	$x^2-\frac{y^2}{3}=1$
15	Scrivere l'equazione dell'iperbole sapendo che ha per asintoti le rette di equazione $y=-2x$ e $y=2x$ ed $a=2$	$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$
16	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente un fuoco nel punto $F\left(-\frac{5}{3};\ 0\right)$ e per asintoto la retta di equazione $3x+4y=0$	$\frac{9}{16}x^2-y^2=1$
17	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente come asintoti le rette $y=\pm\frac{3}{2}x$ e un fuoco in $F\left(\frac{\sqrt{13}}{6};\ 0\right)$	$9x^2-4y^2=1$
18	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente come asintoti le rette $y=\pm\sqrt{3}x$ e un fuoco in $F\left(-\frac{2}{3}\sqrt{3};\ 0\right)$	$3x^2-y^2=1$
19	Determinare l'equazione dell'iperbole riferita ai suoi assi di simmetria, avente come asse trasverso l'asse x, eccentricità $e=\frac{\sqrt{13}}{3}$ e passante per il punto $A=\left(4;\ \frac{2}{3}\sqrt{7}\right)$	$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$
20	Determinare l'equazione dell'iperbole riferita ai suoi assi di simmetria, avente un vertice in $(-1;0)$, e passante per il punto $A=\left(4;\ \sqrt{5}\right)$	$x^2-3y^2=1$

21	Determinare l'equazione dell'iperbole avente come asse focale l'asse x passante per il punto $\left(5;\ \frac{3}{4}\right)$ e avente come asintoti le rette $y = \pm\frac{1}{4}x$	$x^2 - 16y^2 = 16$
22	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente asse non trasverso pari a 8 ed eccentricità pari a $\frac{3\sqrt{5}}{5}$	$\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$
23	Determinare l'equazione dell'iperbole riferita ai suoi assi di simmetria, avente come asse focale l'asse x e: 1. avente eccentricità $e = \frac{\sqrt{13}}{3}$ e passante per il punto $(3\sqrt{6};\ -4)$ 2. passante per i punti $(-3;\ -2)$ e $(\sqrt{6};\ \sqrt{2})$	1. $4x^2 - 9y^2 = 72$ 2. $2x^2 - 3y^2 = 6$
24	Determinare le equazioni dell'iperbole con i fuochi sull'asse delle ascisse, conoscendo i seguenti parametri: a) $a = \sqrt{5}$ $b = 2$ b) $a = 6$ $c = 10$ c) $b = \sqrt{3}$ $c = 2$ d) $c = 3$ $e = \frac{3}{2}$ dove: a e b sono i semiassi, c la semidistanza focale, e l'eccentricità	$a)\ \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ $b)\ \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$ $c)\ x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ $d)\ \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$

2 determinare l'equazione dell'iperbole con i fuochi sull'asse delle y

25	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente i fuochi $F_1(0;\ \sqrt{5})$ ed $F_2(0;\ -\sqrt{5})$ e passante per $A(\sqrt{3};\ 4)$	$x^2 - \frac{y^2}{4} = -1$
26	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente un fuoco in $(0;\ \sqrt{37})$ e per eccentricità $e = \sqrt{37}$	$y^2 - \frac{x^2}{36} = 1$
27	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente un vertice in $(0;\ \sqrt{2})$ e per eccentricità $e = \sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{y^2}{2} - x^2 = 1$

28	Scrivere l'equazione dell'iperbole avente un vertice in $(0;\ -2)$ e un fuoco in $F\left(0;\ -2\sqrt{5}\right)$	$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{4}=1$
29	Determinare il luogo geometrico dei punti del piano tali che la differenza in valore assoluto delle distanze dai due punti fissi $P(0;\ 7)$ e $Q(0;\ -7)$ è uguale a $\sqrt{193}$	$\frac{4x^2}{3}-\frac{4y^2}{193}=-1$
30	Scrivere l'equazione dell'iperbole passante per i punti $P\left(\sqrt{7};\ -4\right)$ e $Q\left(5;\ \frac{11}{2}\right)$	$\frac{19}{251}x^2-\frac{24}{251}y^2=-1$
31	Determinare l'equazione dell'iperbole che ha un fuoco di ordinata $y=-4\sqrt{3}$ e un vertice di ordinata negativa appartenente alla retta $y=12x-6$	$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{36}=-1$
32	Determinare le equazioni dell'iperbole con i fuochi sull'asse delle ordinate, conoscendo i seguenti parametri: a) $a=\sqrt{2}$ $\quad b=7$ b) $a=5$ $\quad c=13$ c) $b=\sqrt{6}$ $\quad c=\sqrt{15}$ d) $b=\frac{7}{2}$ $\quad e=\frac{8}{7}$ dove: a e b *sono* i semiassi, c la semidistanza focale, e l'eccentricità	$a)\ \frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{49}=-1$ $b)\ \frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{144}=-1$ $c)\ \frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{6}=-1$ $d)\ \frac{4x^2}{15}-\frac{4y^2}{49}=-1$

3 problemi relativi all'iperbole in forma canonica

33	Data l'iperbole di equazione $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ determinare a e b	$a=3 \quad b=2$
34	Scrivere in forma canonica l'iperbole di equazione $x^2-4y^2+16=0$	$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=-1$
35	Calcolare la lunghezza della corda che viene staccata sull'iperbole di equazione $x^2-2y^2=4$ dalla retta di equazione $x-y+2=0$	$4\sqrt{2}$

36	Determinare l'iperbole che ha per fuochi i punti $F_1\left(-\frac{5}{12};\ 0\right)$, $F_2\left(\frac{5}{12};\ 0\right)$ e per asintoti le rette $y = \pm\frac{3x}{4}$	$9x^2 - 16y^2 = 1$
37	Data l'iperbole di equazione $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$, tracciare il grafico ed individuare i fuochi, i vertici, l'eccentricità, gli asintoti	$F(\pm;\ 0), V(\pm 5;\ 0)$ $e = \frac{\sqrt{41}}{5}$ $y = \pm\frac{4}{5}x$
38	Scrivere l'equazione, riferita agli assi, dell'iperbole che ha l'asse delle ascisse come asse traverso, le rette $2x - 3y = 0, 2x + 3y = 0$ come asintoti e passa per il punto $P\left(\frac{9}{2};\ \sqrt{5}\right)$	$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$
39	Determinare l'equazione dell'iperbole che ha un vertice nel punto $V\left(2\sqrt{2};\ 0\right)$ e come asintoti le rette di equazione $y = \pm 2x$. Calcolare poi la lunghezza del segmento individuato dai punti di intersezione tra la curva e la retta di equazione $x + y - 1 = 0$	$4x^2 - y^2 = 32$ $l = \frac{20\sqrt{2}}{3}$
40	Dopo aver determinato l'equazione dell'iperbole avente un vertice reale di coordinate $(2;\ 0)$ e un vertice non reale nel punto $(0;\ -4)$, calcolare la lunghezza della corda individuata sulla bisettrice del primo e terzo quadrante	$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$ $l = \frac{8\sqrt{6}}{3}$
41	Data l'equazione dell'iperbole $9x^2 - 16y^2 = 144$, determinare la misura del semiasse traverso, le coordinate dei vertici e dei fuochi, l'eccentricità e l'equazione degli asintoti	4 $A'(-4;\ 0)$ $A''(4;\ 0)$ $B'(0;\ -3)$ $B''(0;\ 3)$ $F_1(-5;\ 0)$ $F_2(5;\ 0)$ $e = \frac{5}{4}$ $y = \pm\frac{3}{4}x$
42	Determinare le coordinate dei fuochi e dei vertici dell'iperbole di equazione $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$	$V_1(4;\ 0)$, $V_2(-4;\ 0)$ $F_1(5;\ 0)$ $F_2(-5;\ 0)$

43	Determinare le coordinate dei fuochi, dei vertici e l'eccentricità dell'iperbole di equazione $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{14}=-1$. Rappresentarla in un sistema di riferimento cartesiano ortogonale	$F_1(0;\ 5\sqrt{2})$ $F_2(0;\ -5\sqrt{2})$ $V_1(0;\ \sqrt{14})$ $V_2(0;\ -\sqrt{14})$ $e=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{14}}$
44	Scrivere l'equazione dell'iperbole, riferita agli assi, sapendo che $a+c=9$ e che gli asintoti sono le rette $y=\pm\frac{3}{4}x$	$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ oppure $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$

4 problemi relativi all'iperbole equilatera riferita ai propri assi di simmetria

45	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera passante per il punto $P(20;\ 3)$	$x^2-y^2=391$
46	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera riferita ai propri assi avente fuoco nel punto $F(\sqrt{12};\ 0)$	$x^2-y^2=6$
47	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera riferita ai propri assi passante per il punto $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ \frac{1}{2}\right)$	$x^2-y^2=\frac{1}{2}$
48	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera riferita ai suoi assi di simmetria, passante per il punto $(4;1)$	$x^2-y^2=15$

49	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera riferita ai suoi assi di simmetria tangente alla retta $y = 2x + 2$	$3x^2 - 3y^2 = 4$
50	Data l'iperbole equilatera di equazione $\frac{3x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$, tracciare il grafico ed individuare le coordinate dei fuochi e dei vertici, l'eccentricità e le equazioni degli asintoti	$F(\pm 2\sqrt{2};\ 0)$ $V(\pm 2;\ 0)$ $e = \sqrt{2}$ $y = \pm x$
51	Riconoscere quali tra le seguenti equazioni rappresentano una iperbole equilatera riferita ai propri assi di simmetria: a) $x^2 - y^2 = 4$ b) $x^2 - y^2 = -36$ c) $x^2 + y^2 = 18$ d) $x\,y = 13$	*a) sì* *b) sì* *c) no* *d) no*

	5 problemi relativi all'iperbole equilatera riferita agli asintoti	
52	Scrivere l'equazione dell'iperbole equilatera che passa per il punto $(-1;\ 4)$	$xy = -4$
53	Scrivere l'equazione dell'iperbole equilatera che passa per il punto di intersezione delle rette $x + 2y - 5 = 0$ e $3x - y - 1 = 0$	$xy = 2$
54	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera riferita ai suoi asintoti passante per il punto $(1; 2)$	$xy = 2$
55	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera riferita ai suoi asintoti passante per il punto $\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{5}\right)$	$xy = -\frac{2}{15}$
56	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera riferita ai suoi asintoti avente per vertice il punto $(2; 2)$	$xy = 4$

57	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera riferita ai suoi asintoti tangente alla retta $x-2y+1=0$	$xy=-\frac{1}{8}$
58	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera riferita ai suoi asintoti che stacca sulla retta $2x+y-8=0$ una corda di lunghezza $2\sqrt{10}$	$xy=4$
59	Determinare la distanza dei punti di intersezione dell'iperbole $y=\frac{6}{x}$ con la retta di equazione $y=2x$	$2\sqrt{15}$
60	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera (con asintoti gli assi cartesiani) che passa per il punto d'incontro M delle due rette di equazioni $x-2y+4=0$ e $2x+3y-13=0$ e determinare inoltre gli altri punti P e Q in cui le rette date incontrano l'iperbole trovata	$xy=6$ $P(-6;\ -1)\quad Q\left(\frac{9}{2};\ \frac{4}{3}\right)$

6 funzione omografica

61	Determinare l'equazione della funzione omografica avente centro di simmetria nel punto $(1;-3)$ e passante per il punto $(-1;-1)$	$y=\frac{3x+1}{1-x}$
62	Determinare l'equazione della funzione omografica avente centro di simmetria nel punto $(2;1)$ e passante per il punto $\left(0;\frac{1}{2}\right)$	$y=\frac{x-1}{x-2}$
63	Determinare l'equazione della funzione omografica avente per asintoti le rette $x=-8$, $y=-5$	$y=\frac{6-5x}{x+8}$
64	Determinare l'equazione della funzione omografica avente per asintoto la retta $y=\frac{1}{2}$ e passante per i punti $(0;-7)$ e $\left(\frac{1}{2};8\right)$	$y=\frac{2x+7}{4x-1}$
65	Determinare l'equazione della funzione omografica passante per i punti $(0;0)$, $\left(-1;\ -\frac{1}{2}\right)$, $(4;12)$	$y=\frac{3x}{5-x}$

66	Determinare l'equazione della funzione omografica passante per i punti $(0;0)$, $(-1;1)$, $\left(-2;\frac{2}{3}\right)$	$y=\dfrac{x}{2x+1}$
67	Determinare l'equazione della funzione omografica passante per il punto $\left(-\frac{1}{3};\ -4\right)$, e tangente nel punto $(0;-2)$ alla retta $y=4x-2$	$y=\dfrac{2x-2}{x+1}$
68	Determinare gli asintoti e le intersezioni con gli assi dell'iperbole di equazione $y=\frac{2x-4}{4x+1}$	$y=\frac{1}{2}$ $x=-\frac{1}{4}$ $A(0;\ -4)$ $B(2;\ 0)$
69	Data l'iperbole di equazione $y=\frac{5x-1}{x+2}$ tracciarne il grafico dopo aver trovato le equazioni degli asintoti e le coordinate dei vertici	$x=-2$ $y=5$ $V_1\left(-2+\sqrt{11};\ 5-\sqrt{11}\right)$ $V_2\left(-2-\sqrt{11};\ 5+\sqrt{11}\right)$
70	Si trovi la lunghezza del segmento i cui vertici sono le due intersezioni della retta $y=x+\frac{1}{7}$ con l'iperbole $y=\frac{21x+5}{7x+27}$	$l=\frac{9\sqrt{2}}{7}$
71	Trovare per quale valore di a l'equazione $y=\frac{2ax+1}{(a-6)x-4}$ rappresenta una funzione omografica	$\forall a\in R-\left\{\frac{2}{3},6\right\}$
72	Determinare i punti d'intersezione delle due seguenti funzioni omografiche: $y=-\frac{6x+3}{8x+5}$ e $y=\frac{4x}{8x+5}$	$P\left(-\dfrac{3}{10};\ -\dfrac{6}{13}\right)$

7 trovare l'equazione dell'iperbole ottenuta traslando quella data tramite il vettore v

73	$10x^2-\frac{2}{9}y^2=-1$	$\vec{v}=\left(0;\ -\frac{3}{4}\right)$	$10x^2-\dfrac{2}{9}y^2-\dfrac{y}{3}+\dfrac{7}{8}=0$
74	$4x^2-25y^2=1$	$\vec{v}=\left(-2;\ \dfrac{2}{5}\right)$	$4x^2-25y^2+16x+20y+11=0$
75	$\dfrac{5}{2}x^2-\dfrac{y^2}{2}=-1$	$\vec{v}=\left(\frac{9}{2};\ 1\right)$	$\frac{5}{2}x^2-\frac{y^2}{9}-\frac{45}{2}x+y+\frac{409}{8}=0$

76	$\frac{x^2}{7}-\frac{8}{9}y^2=1$	$\vec{v}=\left(\frac{1}{5};\ 0\right)$	$\frac{x^2}{7}-\frac{8}{9}y^2-\frac{2}{35}x-\frac{174}{175}=0$
77	$\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{9}=1$	$\vec{v}=(5;\ 9)$	$\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{9}-\frac{5}{3}x+2y-\frac{35}{6}=0$
78	$\frac{4}{45}x^2-\frac{3}{2}y^2=-1$	$\vec{v}=\left(\frac{3}{8};\ -\frac{1}{2}\right)$	$\frac{4}{45}x^2-\frac{3}{2}y^2-\frac{x}{15}-\frac{3}{2}y+\frac{51}{80}=0$
79	$2x^2-\frac{13}{49}y^2=1$	$\vec{v}=\left(-\frac{3}{2};\ -\frac{7}{2}\right)$	$2x^2-\frac{13}{49}y^2+6x-\frac{13}{7}y+\frac{1}{4}=0$
80	$2x^2-3y^2=1$	$\vec{v}=\left(\frac{7}{8};\ \frac{3}{4}\right)$	$2x^2-3y^2-\frac{7}{2}x+\frac{9}{2}y-\frac{37}{32}=0$
81	$\frac{98}{75}x^2-\frac{y^2}{16}=1$	$\vec{v}=\left(-\frac{5}{4};\ -\frac{2}{3}\right)$	$\frac{98}{75}x^2-\frac{y^2}{16}+\frac{49}{15}x-\frac{y}{12}+\frac{73}{72}=0$
82	$4x^2-\frac{y^2}{3}=1$	$\vec{v}=\left(-\frac{8}{9};\ 2\right)$	$4x^2-\frac{y^2}{3}+\frac{64}{9}x+\frac{4}{3}y+\frac{67}{81}=0$
83	$\frac{15}{2}x^2-4y^2=1$	$\vec{v}=\left(\frac{8}{3};\ -\frac{5}{2}\right)$	$\frac{15}{2}x^2-4y^2-40x-20y+\frac{82}{3}=0$
84	$\frac{36}{11}x^2-\frac{4}{81}y^2=1$	$\vec{v}=\left(-\frac{\sqrt{5}}{9}:\ -6\right)$	$\frac{36}{11}x^2-\frac{4}{81}y^2+\frac{8\sqrt{5}}{11}x-\frac{16}{27}y-\frac{85}{33}=0$
85	$\frac{18}{25}x^2-\frac{y^2}{9}=1$	$\vec{v}=\left(4;\ \frac{6\sqrt{2}}{5}\right)$	$\frac{18}{25}x^2-\frac{y^2}{9}-\frac{144}{25}x+\frac{4\sqrt{2}}{15}y+\frac{51}{5}=0$
86	$\frac{4}{45}x^2-4y^2=-1$	$\vec{v}=\left(5\sqrt{5};\ -\frac{4}{3}\right)$	$\frac{4}{45}x^2-4y^2-\frac{8\sqrt{5}}{9}x-\frac{32}{3}y+5=0$
87	$\frac{36}{25}x^2-\frac{y^2}{4}=1$	$\vec{v}=\left(-\frac{\sqrt{13}}{2};\ -4\right)$	$\frac{36}{25}x^2-\frac{y^2}{4}+\frac{36\sqrt{13}}{25}x-2y-\frac{8}{25}=0$

88	$\frac{25}{81}x^2-\frac{y^2}{4}=-1$	$\vec{v}=\left(-\frac{9\sqrt{6}}{10};\ -\frac{6\sqrt{2}}{5}\right)$	$\frac{25}{81}x^2-\frac{y^2}{4}+\frac{5\sqrt{6}}{9}x-\frac{3\sqrt{2}}{5}y+\frac{89}{50}=0$
89	$\frac{3}{25}x^2-\frac{11}{64}y^2=-1$	$\vec{v}=\left(-\frac{5\sqrt{10}}{9};\ \frac{16}{9}\right)$	$\frac{3}{25}x^2-\frac{11}{64}y^2+\frac{2\sqrt{10}}{15}x+\frac{11}{18}y+\frac{67}{81}=0$
90	$\frac{45}{16}x^2-\frac{19}{4}y^2=-1$	$\vec{v}=\left(-3;\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$\frac{45}{16}x^2-\frac{19}{4}y^2+\frac{135}{8}x+\frac{19\sqrt{3}}{4}y+\frac{91}{4}=0$
91	$\frac{4}{7}x^2-\frac{25}{16}y^2=1$	$\vec{v}=(\sqrt{7};\ -\sqrt{2})$	$\frac{4}{7}x^2-\frac{25}{16}y^2-\frac{8\sqrt{7}}{7}x-\frac{25\sqrt{2}}{8}y-\frac{1}{8}=0$

8 trovare il vettore $\vec{v}$ e l'equazione dell'iperbole ottenuta traslando quella data in modo che il suo centro coincida con l'origine

92	$\frac{18}{25}x^2-y^2-\frac{72}{25}x+4y-\frac{53}{25}=0$	$\vec{v}=(-2;\ -2)$	$\frac{18}{25}x^2-y^2=1$
93	$\frac{3}{4}x^2-\frac{y^2}{11}-\frac{x}{2}-\frac{7}{11}y-\frac{67}{33}=0$	$\vec{v}=\left(-\frac{1}{3};\ \frac{7}{2}\right)$	$\frac{3}{4}x^2-\frac{y^2}{11}=1$
94	$\frac{15}{4}x^2-\frac{7}{8}y^2-\frac{25}{2}x-7y-\frac{31}{12}=0$	$\vec{v}=\left(-\frac{5}{3};\ 4\right)$	$\frac{15}{4}x^2-\frac{7}{8}y^2=-1$
95	$\frac{5}{2}x^2-2y^2+\frac{5}{2}x+24y-\frac{563}{8}=0$	$\vec{v}=\left(-\frac{1}{2};\ 6\right)$	$\frac{5}{2}x^2-2y^2=-1$
96	$3x^2-6y^2-12x+20y-\frac{17}{3}=0$	$\vec{v}=\left(2;\ \frac{5}{3}\right)$	$3x^2-6y^2=1$
97	$x^2-\frac{6}{7}y^2+\frac{x}{2}-\frac{12}{7}y+\frac{23}{112}=0$	$\vec{v}=\left(-\frac{1}{4};\ -1\right)$	$x^2-\frac{6}{7}y^2=-1$
98	$2x^2-8y^2+2x+40y-\frac{97}{2}=0$	$\vec{v}=\left(-\frac{1}{2};\ \frac{5}{2}\right)$	$2x^2-8y^2=-1$
99	$\frac{196}{81}x^2-\frac{9}{2}y^2-\frac{784}{27}x-27\sqrt{2}\,y+\frac{46}{9}=0$	$\vec{v}=(-6;\ 3\sqrt{2})$	$\frac{196}{81}x^2-\frac{9}{2}y^2=1$
100	$\frac{22}{45}x^2-\frac{5}{72}y^2-\frac{22\sqrt{5}}{45}x+\frac{y}{2}+\frac{32}{45}=0$	$\vec{v}=\left(-\frac{\sqrt{5}}{2};\ -\frac{18}{5}\right)$	$\frac{22}{45}x^2-\frac{5}{72}y^2=-1$

101	$\frac{196}{9}x^2-\frac{4}{3}y^2-\frac{98}{9}x+\frac{2\sqrt{5}}{3}y-\frac{1}{18}=0$	$\vec{v}=\left(-\frac{1}{4};-\frac{\sqrt{5}}{4}\right)$	$\frac{196}{9}x^2-\frac{4}{3}y^2=1$
102	$\frac{3}{25}x^2-\frac{11}{64}y^2+\frac{2\sqrt{10}}{15}x+\frac{11}{18}y+\frac{67}{81}=0$	$\vec{v}=\left(\frac{5\sqrt{10}}{9};-\frac{16}{9}\right)$	$\frac{3}{25}x^2-\frac{11}{64}y^2=-1$
103	$\frac{25}{18}x^2-\frac{17}{9}y^2+5\sqrt{11}\,x+\frac{68}{3}y-\frac{39}{2}=0$	$\vec{v}=\left(\frac{9\sqrt{11}}{5};-6\right)$	$\frac{25}{18}x^2-\frac{17}{9}y^2=1$
104	$\frac{17}{36}x^2-4y^2+\frac{17\sqrt{10}}{9}x-\frac{56}{3}y-\frac{35}{9}=0$	$\vec{v}=\left(2\sqrt{10};\frac{7}{3}\right)$	$\frac{17}{36}x^2-4y^2=1$
105	$\frac{x^2}{48}-\frac{y^2}{14}+\frac{\sqrt{2}}{8}x-\frac{3}{7}y-\frac{71}{56}=0$	$\vec{v}=(3\sqrt{2};\ 3)$	$\frac{x^2}{48}-\frac{y^2}{14}=1$
106	$\frac{32}{343}x^2-\frac{48}{5}y^2+\frac{64}{21\sqrt{7}}x-\frac{48}{5}y+\frac{7}{45}=0$	$\vec{v}=\left(\frac{7\sqrt{7}}{3};\frac{1}{2}\right)$	$\frac{32}{343}x^2-\frac{48}{5}y^2=1$
107	$\frac{19}{49}x^2-\frac{5}{3}y^2+\frac{38\sqrt{15}}{21}x-\frac{32}{3}y+\frac{78}{5}=0$	$\vec{v}=\left(\frac{7\sqrt{15}}{3};\frac{16}{5}\right)$	$\frac{19}{49}x^2-\frac{5}{3}y^2=-1$
108	$\frac{16}{275}x^2-\frac{y^2}{5}-\frac{8\sqrt{2}}{55}x+2y-\frac{42}{11}=0$	$\vec{v}=\left(-\frac{5\sqrt{2}}{4};-5\right)$	$\frac{16}{275}x^2-\frac{y^2}{5}=-1$
109	$\frac{4}{25}x^2-\frac{10}{49}y^2+\frac{16\sqrt{15}}{35}x+\frac{100\sqrt{5}}{147}y+\frac{67}{63}=0$	$\vec{v}=\left(\frac{10\sqrt{15}}{7};-\frac{5\sqrt{5}}{3}\right)$	$\frac{4}{25}x^2-\frac{10}{49}y^2=1$

9 rette tangenti ad un'iperbole

110	Determinare la tangente all'iperbole di equazione $\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$ dal punto $P(-6;\ 2)$	$y=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{2}$
111	Trovare le tangenti all'iperbole di equazione $xy=-32$ nel suo punto di ordinata $y=\frac{5}{2}$	$y=\frac{25}{128}x+5$
112	Data l'iperbole di equazione $\frac{5}{12}x^2-y^2=4$ determinare la tangente ad essa nel vertice negativo dell'asse x	$x=-\sqrt{\frac{48}{5}}$

113	Determinare le equazioni delle rette tangenti all'iperbole $x^2-9y^2=9$ e parallele alla bisettrice del 2^0 e 4^0 quadrante	$x+y\pm 2\sqrt{2}=0$
114	Determinare le equazioni delle rette tangenti all'iperbole $4x^2-y^2=9$ nei suoi punti di ascissa 2	$8x\pm\sqrt{7}y-9=0$
115	Determinare l'equazione della retta tangente all'iperbole $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{25}=1$ nel suo punto del 10 di ascissa $\frac{21}{5}$	$\frac{7}{15}x-\frac{2\sqrt{6}}{25}y=1$
116	Determinare l'equazione della retta tangente all'iperbole $y^2-\frac{x^2}{9}=1$ nel suo punto del 20 quadrante avente ascissa -4	$15x+4y-9=0$
117	Determinare le equazioni delle rette tangenti all'iperbole $16y^2-x^2=16$ condotte dal punto $(4;0)$	$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{8}(x-4)$
118	Determinare le equazioni delle rette tangenti all'iperbole $3x^2-y^2=1$ condotte dal punto $(0;1)$	$y=\pm\sqrt{6}x+1$
119	Determinare se la retta di equazione $3x-3\sqrt{3}y+8=0$ è tangente, esterna o secante all'ellisse $9x^2-3y^2=-8$ e determinare gli eventuali punti di contatto	$tangente\ P\left(\frac{1}{3};\ \sqrt{3}\right)$
120	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera tangente alla retta $y=x$ con un vertice nel punto $Q(0;\ 1)$	$x^2-y^2=-1$

121	Determinare le equazioni delle rette tangenti all'iperbole equilatera $xy = 8$ e parallele alla retta $2x + y - 3 = 0$	$2x + y + 8 = 0$ $2x + y - 8 = 0$
122	Scrivere l'equazione, riferita agli asintoti, dell'iperbole equilatera che passa per il punto $P(1;\ 2)$ e determinare le equazioni della tangente alla curva in questo punto	$xy = 2$ $y = -2x + 4$
123	Dopo aver determinato l'equazione dell'iperbole equilatera, riferita agli asintoti, che passa per il punto $A(-2;\ -8)$, trovare le equazioni delle rette tangenti nei vertici	$xy = 16$ $y = -x + 8$ $y = -x - 8$
124	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera avente un fuoco nel punto $F\left(0;\ -\frac{5\sqrt{10}}{2}\right)$. Dire se questa curva passa per il punto $Q\left(-1;\ \frac{\sqrt{129}}{2}\right)$ e calcolare l'eventuale tangente all'iperbole in questo punto	$x^2 - y^2 = -\frac{125}{4}$ $x + \frac{\sqrt{129}}{2}y = \frac{125}{4}$

10 data l'iperbole $\mathbf{9x^2 + 90x - \frac{y^2}{9} + 224 = 0}$ stabilire se le seguenti rette sono esterne, secanti o tangenti e trovare gli eventuali punti di intersezione

125	$x + 6 = 0$	*secante* $P(-6;\ \pm 6\sqrt{2})$
126	$y = 9x + 45$	*esterna*
127	$y = 9x + 54$	*secante* $P\left(-\frac{50}{9};\ 4\right)$
128	$5x + \frac{4}{9}y + 24 = 0$	*tangente* $T\left(-\frac{40}{9};\ -4\right)$
129	$y = 24x + 115$	*esterna*

130	$57(x+5)-6y+285+\sqrt{37}=0$	*tangente* $T\left(-5-\frac{19\sqrt{37}}{111};-\frac{54\sqrt{37}}{37}\right)$
131	$\sqrt{17}x-\frac{\sqrt{13}}{13}y+21=0$	*esterna*
132	$113x-\frac{112}{9}y+560=0$	*tangente* $T\left(-\frac{112}{45};\frac{112}{5}\right)$
133	$27x+10y=0$	*secante* $P\left(-\frac{280}{39};\frac{252}{13}\right)$ $Q\left(-\frac{80}{21};\frac{72}{7}\right)$
134	$10x-y+50-\sqrt{7}=0$	*secante* $P\left(\frac{2(5\sqrt{7}\pm3\sqrt{11})}{19}-5;\ \frac{3(27\sqrt{7}\pm20\sqrt{11})}{19}\right)$

10 data l'iperbole $\frac{64}{9}x^2+\frac{3}{4}=y^2+y$ stabilire se le seguenti rette sono esterne, secanti o tangenti e trovare gli eventuali punti di intersezione

135	$x-4y-5=0$	*esterna*
136	$16x+6y+3=0$	*esterna*
137	$y=\frac{8}{3}x+\frac{1}{2}$	*secante* $P\left(0;\frac{1}{2}\right)$
138	$y=-\frac{2\sqrt{7}}{3}x+\frac{1}{4}$	*tangente* $T\left(-\frac{\sqrt{7}}{8};\frac{5}{6}\right)$
139	$12x-2y-3=0$	*secante* $P\left(0;-\frac{3}{2}\right)$ $Q\left(\frac{27}{65};\frac{129}{130}\right)$

140	$y=\frac{4\sqrt{3}}{3}x-1$	*tangente* $T\left(-\frac{3\sqrt{3}}{8};-\frac{5}{2}\right)$
141	$8\sqrt{7}x-8y-5=0$	*tangente* $T\left(-\frac{9\sqrt{7}}{8};-\frac{17}{2}\right)$
142	$x-\sqrt{19}y-1=0$	*esterna*

11 problemi parametrici

143	Determinare per quali valori di k le seguenti equazioni rappresentano un'iperbole: a) $\frac{x^2}{4-k}-\frac{y^2}{16}=1$ b) $\frac{x^2}{k^2-1}+\frac{y^2}{16}=1$ c) $\frac{x^2}{22}+\frac{y^2}{k+3}=1$	a) $k<4$ b) *mai* c) $k<-3$
144	Determinare i valori di k per i quali l'iperbole $y=\frac{x-10k-8}{8x+20k-1}$ a) ha come asintoto verticale la retta di equazione $x=1$ b) passa per l'origine degli assi coordinati c) degenera in una retta (se ne calcoli anche l'equazione)	$k=-\frac{7}{20}$ $k=-\frac{4}{5}$ $k=-\frac{63}{100}$ $y=\frac{1}{8}$
145	Determinare per quali valori di k l'equazione $x^2+2ky^2-kx+(k+3)y-2=0$ rappresenta un'iperbole. Trovare poi per quali valori di k *l'iperbole*: a) ha centro sulla retta di equazione $y=-2x$ b) ha come asse di simmetria la retta di equazione $y=2$	$k<0$ a) $k=-\frac{3}{4}$ b) $k=-\frac{1}{3}$
146	Determinare i valori di k per i quali l'iperbole $y=\frac{12kx+9k-8x+3}{20kx-1-10x}$ a) ha come asintoto orizzontale la retta di equazione $y=\frac{1}{5}$ b) è tangente alla retta di equazione $y=5x-3$ c) il suo centro giace sulla retta di equazione $y=2x+\frac{\sqrt{5}}{5}$	*a)* $k=\frac{3}{4}$ *b)* $k=\frac{1}{4}$ $k=\frac{121}{244}$ *c)* $k=\frac{5+\sqrt{5}}{4}$

147	Data l'iperbole di equazione $y = \frac{9x-2+8kx+3k}{7x+4+7kx+k}$, a) trovare il luogo geometrico descritto dal centro dell'iperbole al variare di k b) trovare i valori di k tali che l'iperbole risultante intersechi l'asse y in un punto di ordinata non negativa	*a)* $7x + 21y - 23 = 0$ *b)* $k < -4 \;\vee\; k \geq \frac{2}{3}$
148	Calcolare per quali valori del parametro k l'iperbole di equazione $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{1-k} = 1$ è tangente alla retta di equazione $x - y + 3 = 0$	$k = 1 \quad k = 7$
149	Data l'iperbole equilatera riferita agli asintoti di equazione $xy = k$, con $k > 0$: a) stabilire per quale valore del parametro k l'iperbole ha il semiasse trasverso che misura 4 b) scrivere le equazioni delle rette tangenti all'iperbole nei suoi vertici	*a)* $k = 2$ *b)* $y = -x \pm 2\sqrt{2}$
150	Determinare per quali valori di k l'equazione $\frac{x^2}{k-2} + \frac{y^2}{6k} = 1$ rappresenta una: a) iperbole b) iperbole con i fuochi sull'asse x c) iperbole con i fuochi sull'asse y d) iperbole con gli asintoti di equazione $y = \pm\sqrt{6}x$	*a)* $0 < k < 2$ *b) impossibile* *c)* $0 < k < 2$ *d)* $k = 1$
151	Determinare per quali valori di k l'equazione $\frac{x^2}{k-2} + \frac{y^2}{6k} = 1$ rappresenta una: a) iperbole b) iperbole con i fuochi sull'asse x c) iperbole con i fuochi sull'asse y d) iperbole con gli asintoti di equazione $y = \pm\sqrt{6}x$	a) $0 < k < 2$ b) *impossibile* c) $0 < k < 2$ d) $k = 1$
152	Determinare il valore da assegnare al parametro k perchè le due funzioni omografiche $y = \frac{x-2}{x+k}$ e $y = -\frac{2x+3}{kx+1}$ siano tangenti alla stessa retta passante per il punto $P(1;\,-1)$	$k = \frac{4}{3}$

153	Determinare per quali valori del parametro k le due funzioni omografiche $y=\frac{1+2x}{x+k}$ e $y=\frac{3x-5}{2x-3}$: a) si intersecano in due punti b) si intersecano in un solo punto c) non si intersecano	a) $k<\frac{13-2\sqrt{13}}{9} \vee k>\frac{13+2\sqrt{13}}{9}$ b) $k=\frac{13\pm2\sqrt{13}}{9}$ c) $\frac{13-2\sqrt{13}}{9}<k<\frac{13+2\sqrt{13}}{9}$

12 fasci di iperboli

154	Considerato il fascio di iperboli descritto dall'equazione $y=\frac{kx-7}{kx}$ determinare il parametro k tale che: a) l'equazione rappresenta effettivamente delle iperboli b) le iperboli hanno un vertice nel punto $P(2;\ 3)$ c) il punto Q, intersezione dell'iperbole con l'asse y, dista dall'origine 14 d) le iperboli passano per il punto $P\left(0;\ \frac{75}{2}\right)$	$a)\ k\neq 0$ $b)\ k=-\frac{7}{4}$ $c)\ k=\frac{1}{2}$ $d)\ mai$
155	Considerato il fascio: $xy=1-q$ studiare, al variare del parametro q in R, il tipo di fascio che si ottiene	$q<1\quad xy=k\ con\ k>0$ $q=1\ degenera\ in$ $x=0\ y=0$ $q>1\quad xy=k\ con\ k<0$
156	Determinare il luogo dei centri di simmetria e gli eventuali punti base del fascio di iperboli di equazione $y=\frac{3x-k}{12kx+1}$	$y=-3x$ *non ci sono punti base*
157	Trovare per quali valori di $k\in R$ l'equazione $y=\frac{x-k}{kx-4}$ rappresenta un'iperbole, determinare gli eventuali punti comuni a tutte le iperboli e scrivi l'equazione dell'iperbole del fascio che ha come asintoto la retta $x=\frac{1}{4}$	$\forall k\in R-\{-2,0,2\}$ $\left(2;\ -\frac{1}{2}\right)\ \left(-2;\ \frac{1}{2}\right)$ $y=\frac{x-16}{16x-4}$

158	Dato il fascio di curve di equazione $(k-3)x^2+2(k-4)y^2-5k+\frac{3}{2}=0$, determinare per quali valori di k l'equazione rappresenta un'iperbole e un'iperbole equilatera. Considerare poi l'iperbole per $k=\frac{7}{2}$, determinandone fuochi, vertici, asintoti ed eccentricità	$3<k<4 \vee k=\frac{11}{3}$ $F(\pm4\sqrt{3};\ 0)$ $V(\pm4\sqrt{2};0)$ $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$ $e=\frac{\sqrt{6}}{2}$
159	Dato il fascio di curve di equazione $ax^2+(2-3a)y^2=1$ $a\in R-\left\{0,\ \frac{2}{3}\right\}$ determinare per quali valori di a l'equazione data rappresenta: 1. un'ellisse 2. una circonferenza 3. un'iperbole con i fuochi sull'asse x 4. un'iperbole con i fuochi sull'asse y 5. un'iperbole equilatera	1. $0<a<\frac{2}{3}$ 2. $a=\frac{1}{2}$ 3. $a>\frac{2}{3}$ 4. $a<0$ 5. $a=1$

13 date le iperboli trovare la loro equazione quando sono ruotate di α in senso orario

160	$x^2-y^2=4$ $\alpha=45°$	$xy=-2$
161	$xy=-3$ $\alpha=90°$	$xy=3$
162	$x^2-y^2+5=0$ $\alpha=135°$	$xy=-\frac{5}{2}$
163	$xy=2$ $\alpha=225°$	$x^2-y^2=4$
164	$(x-3)(x+3)=y^2$ $\alpha=315°$	$xy=\frac{9}{2}$

14 problemi di riepilogo

165	Trovare le rette tangenti all'iperbole di equazione $x^2-4y^2=4$ e parallele alla retta di equazione $\sqrt{3}x-3y+5=0$. Calcolare poi l'area del rettangolo individuato da queste tangenti e dalle perpendicolari condotte ad esse per i punti di tangenza	$y=\frac{\sqrt{3}\,x}{3}\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ $area=5\sqrt{3}$

166	Determinare le eventuali rette tangenti all'iperbole di equazione $4x^2 - y^2 = -1$ passanti per il punto $P(1;\ -1)$. Qual è il punto di tangenza?	$y = -1$ $T(0;\ -1)$ $y = \frac{3-8x}{5}$ $T\left(-\frac{2}{3};\ \frac{5}{3}\right)$
167	Nel fascio di rette di equazione $y = k$, determinare quelle sulle quali l'iperbole di equazione $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$ stacca una corda di lunghezza $2\sqrt{30}$	$y = \pm 6$
168	Determinare il valore di q in modo tale che la retta $y = \frac{5}{2}x + q$: a) intersechi l'iperbole $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$ b) sia tangente all'iperbole c) non intersechi l'iperbole	$a) \lvert q \rvert > \frac{9}{2}$ $b)\ q = \pm\frac{9}{2}$ $c)\ \lvert q \rvert < \frac{9}{2}$
169	Determinare per quali valori di $k \in R$ la retta del fascio $y = 3x + k$ interseca l'iperbole $3x^2 - y^2 = 16$	$k \le -8\sqrt{2} \vee k \ge 8\sqrt{2}$
170	Determinare le rette del fascio $y = mx$ sulle quali l'iperbole $25x^2 - y^2 = 1$ stacca corde di lunghezza $\frac{\sqrt{10}}{2}$. Detta r la retta avente coefficiente positivo, trovare i punti dell'iperbole che hanno distanza uguale a $\frac{\sqrt{10}}{5}$ da r	$y = \pm 3x$ $\left(\frac{3 \pm \sqrt{29}}{8};\ \frac{25 \pm 3\sqrt{29}}{8}\right)$ $\left(\frac{-3 \pm \sqrt{29}}{8};\ \frac{-25 \pm 3\sqrt{29}}{8}\right)$

171	Determinare la funzione omografica passante per il punto $P(3;\ 5)$ ed avente asintoti di equazione $x = 2$ e $y = -3$	$y = \frac{14-3x}{x-2}$
172	Determinare l'equazione dell'iperbole equilatera $xy = k$ (con $k > 0$) il cui vertice dista $\sqrt{10}$ dalla retta di equazione $r\ \ y = 3x + 1$. Determinare poi la tangente t all'iperbole in questo vertice e calcolare i punti di intersezione tra la retta r e la tangente t	$xy = \frac{81}{4}$ $t\colon\ y = -x \pm 9$ $P_1(2;\ 7)\ \ P_2\left(-\frac{5}{2};\ -\frac{13}{2}\right)$
173	Trasformare alla forma canonica l'iperbole di equazione: $3x^2 - y^2 + 6x - 3y = 5$ e trovarne il centro	$\frac{12(x+1)^2}{23} - \frac{4(y+3/2)^2}{23} = 1$ $C\left(-1;\ -\frac{3}{2}\right)$
174	Determinare l'equazione dell'iperbole che si ottiene dalla curva $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1$ traslandola di vettore $\vec{v} = (3;\ -2)$	$\frac{(x-3)^2}{16} - \frac{(y+2)^2}{36} = 1$
175	Scrivere l'equazione dell'iperbole che ha il fuoco di ascissa negativo, traslato nel punto $F(-3;\ -3)$ corrispondente all'iperbole di equazione $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$	$\frac{\left(x+3-\sqrt{41}\right)^2}{25} - \frac{(y+3)^2}{16} = 1$
176	Determinare l'equazione delle iperboli con i fuochi sulla retta $x = -3$ con un vertice nel punto $P(-3;\ -2)$ e semiasse non trasverso di lunghezza 3	$\frac{(x+3)^2}{9} - \frac{(y+4)^2}{4} = -1$ $\frac{(x+3)^2}{9} - \frac{y^2}{4} = -1$
177	Determinare il luogo dei punti per i quali il rapporto tra la distanza dal punto $(4;\ 0)$ e la distanza dalla retta $x = \frac{7}{4}$ vale $\frac{4}{\sqrt{7}}$	$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{9} = -1$

178	Determinare l'equazione, riferita agli assi, di un'iperbole in cui l'asse traverso $2a$ sia la metà della distanza focale $2c$	$3x^2 - y^2 = 3a^2$
179	Determinare la traiettoria di un punto P che si muove in modo tale che la sua distanza dal punto $F(-8;\ 0)$ risulta sempre il doppio della sua distanza dalla retta $x = -2$	$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{48} = 1$
180	Un'iperbole ha un fuoco nel punto $F(0;\ -2)$ e ha per asintoti le rette di equazione $y = -\frac{1}{2}x$ e $y = \frac{1}{2}x$. Dopo aver determinato l'equazione di tale curva, considerare il vertice V di ordinata positiva e da esso tracciare una retta parallela all'asse x, indicando con P e Q i punti nei quali interseca gli asintoti. Determinare infine l'area del triangolo OPQ	$20y^2 - 5x^2 = 16$ $area = \frac{8}{5}$
181	Determinare l'equazione della funzione omografica $y = \frac{ax+b}{cx+2}$ sapendo che il centro ha coordinate $C\left(-2;\ \frac{9}{2}\right)$ e che passa per il punto $O(0;\ 0)$. Determinare l'equazione delle tangenti alla curva nel punto di intersezione con la bisettrice del primo e terzo quadrante	$y = \frac{9x}{2x+4}$ $t_1: y = \frac{9}{4}x$ $t_2: y = \frac{4}{9}x + \frac{25}{18}$
182	Trovare la funzione $xy = k$ che sia tangente alla retta di equazione $y = -3x + 1$ e determinare il punto di tangenza. Calcolare inoltre la nuova funzione che si ottiene dalla funzione assegnata traslando i vertici di un vettore $\vec{v} = (1;\ 3)$	$k = \frac{1}{12}$ $P\left(\frac{1}{6};\ \frac{1}{2}\right)$ $y = \frac{36x-35}{12x-12}$

183	Trovare le rette tangenti all'iperbole di equazione $x^2-4y^2=4$ e parallele alla retta di equazione $\sqrt{3}x-3y+5=0$. Calcola poi l'area del rettangolo individuato da queste tangenti e dalle perpendicolari condotte ad esse per i punti di tangenza	$y=\frac{\sqrt{3}(x\pm 1)}{3}$ $area=5\sqrt{3}$
184	Data l'equazione $\frac{2x^2}{k-4}-\frac{3y^2}{k+1}=1$, determinare per quale valore di k essa rappresenta un'iperbole equilatera. Preso poi P appartenente a tale iperbole nel primo quadrante, trovare le sue coordinate, sapendo che, detti F e F' i fuochi, l'area del triangolo FPF' vale 10	$k=14$ $P(\sqrt{15};\sqrt{10})$
185	Data l'iperbole di equazione $y^2-9x^2=9$, trovare un punto P sull'asse y tale che, detti A e B i punti di contatto delle tangenti per P all'iperbole, sia $AB=\frac{8}{3}$	$P\left(0;\pm\frac{9}{5}\right)$
186	Determinare i punti di intersezione tra la curva di equazione $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$ e la retta che passa per l'origine ed ha coefficiente angolare $-\frac{1}{2}$. Calcolare poi l'area del triangolo che ha vertici nell'origine del sistema di riferimento, nel vertice di ascissa negativa dell'iperbole e nel punto di intersezione di ascissa negativa	$\left(\frac{3\sqrt{2}}{2};\frac{-3\sqrt{2}}{4}\right)$ $\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2};\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)$ $area=\frac{3\sqrt{2}}{4}$
187	Dai due punti $A(0;1)$ e $B(0;-1)$ si conducano le tangenti all'iperbole di equazione $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{4}=1$ e si determinino l'area e il perimetro del rettangolo che ha come vertici i punti di tangenza	$y=\pm 1\pm x\sqrt{2}$ $area=144\sqrt{2}$ $2p=16\sqrt{2}+36$

188	Dopo aver determinato le coordinate dei punti A e B di intersezione dell'iperbole di equazione $x^2 - \frac{y^2}{8} = -1$ con la retta di equazione $y = 4x$, indicati con F_1, F_2 i fuochi dell'iperbole stabilire la natura del quadrilatero AF_1BF_2 e determinane l'area	$A(-1;-4)\quad B(1;4)$ *parallelogramma* $area = 6$
189	Scrivere l'equazione dell'iperbole equilatera riferita agli asintoti con un vertice nel punto $V\left(\sqrt{2};\ \sqrt{2}\right)$. Determinare poi le coordinate dei punti A e B di intersezione fra la curva data e la retta di equazione $y + 2x - 5 = 0$ e l'area del parallelogramma ABA'B', dove A' e B' sono i simmetrici di A e B rispetto all'origine degli assi	$xy = 2$ $A\left(\frac{1}{2};\ 4\right)\quad B(2;\ 1)$ $area = 15$
190	Determinare le equazioni delle rette tangenti all'iperbole di equazione $x^2 - y^2 = 9$ nei suoi punti di intersezione con la retta $x - 5 = 0$. Delle due rette trovate, indicare con t quella che è tangente del primo quadrante. Trovare i punti P e Q di intersezione di t con gli asintoti e calcola l'area del triangolo POQ	$5x \pm 4y - 9 = 0$ $area = 9$
191	Dati l'iperbole di equazione $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ e il fascio di rette parallele alla retta di equazione $y = 2x$, determinare i valori dell'ordinata all'origine delle rette che: a) intersecano l'iperbole in due punti distinti b) sono tangenti all'iperbole c) sono esterne all'iperbole	a) $q < -1\ e\ q > 1$ b) $q = \pm 1$ c) $-1 < q < 1$
192	Data l'iperbole di equazione $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = -1$, determinare i coefficienti angolari delle rette del fascio di centro $C(1;\ 0)$ che: a) intersecano l'iperbole in due punti distinti b) sono tangenti all'iperbole c) sono esterne all'iperbole	a) $m < -\frac{3\sqrt{5}}{5} \vee m > \frac{3\sqrt{5}}{5}$ b) $m = \pm\frac{3\sqrt{5}}{5}$ c) $-\frac{3\sqrt{5}}{5} < m < \frac{3\sqrt{5}}{5}$

193	Considerare l'iperbole di equazione $xy = 12$. Calcolare quindi le aree dei triangoli formati dagli assi cartesiani e dalle tangenti all'iperbole nei suoi punti di ascissa 4 e -6	$area = 24$
194	Data l'iperbole di equazione $xy = m$, con $m > 0$, determinare il valore del parametro m sapendo che il triangolo limitato dagli assi cartesiani e dalla tangente ad essa in un suo punto qualunque ha area 8. Detti poi P e P' i due punti di ascisse $+1$ e -1 dell'iperbole trovata, determinare l'area del rettangolo limitato dalle due tangenti all'iperbole in P e in P' e dalle perpendicolari condotte ad esse per P e P'	$m = 4$ $area = \frac{480}{17}$
195	Scrivere le equazioni delle rette r e s tangenti all'iperbole di equazione $2xy = 3$ e perpendicolari al suo asse trasverso. Calcolare poi l'area del triangolo individuato dagli assi cartesiani e da una delle due tangenti	$y = -x \pm \sqrt{6}$ $area = 3$
196	Determinare i punti A e B di intersezione fra le due iperboli di equazione $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ e $x^2 - 16y^2 = 4$ e poi i punti C e D di intersezione fra le due curve di equazioni $x - y = 0$ e $xy = 3$. Dopo aver stabilito la natura del quadrilatero individuato da tali punti, calcolare l'area	$area = 4\sqrt{3}$
197	Determinare l'equazione dell'iperbole di eccentricità 2, avente centro di simmetria $O'(1;\ -3)$ e i fuochi su una retta parallela all'asse x distanti tra loro 4	$3x^2 - y^2 - 6x - 6y - 9 = 0$
198	È data la curva di equazione $x^2 - 4y^2 - 2x - 3 = 0$. Detto A il punto di ascissa positiva in cui la curva interseca l'asse delle ascisse, determinare l'equazione della retta tangente in A alla curva stessa	$A(3;\ 0) \quad x = 3$

199	Determinare l'equazione dell'iperbole che ha i fuochi nei punti $(3;\ 5)$ e $(3;\ -1)$ e gli asintoti di coefficienti angolari $\pm 2\sqrt{2}$	$(y-2)^2 - 8(x-3)^2 = 8$
200	Determinare in quali punti l'iperbole con fuoco in $F(-1;-1)$ e con i due asintoti di equazione $y = -2x + 2$ e $y = 2x + 6$ interseca gli assi cartesiani	$\left(0;\ 4 \pm 2\sqrt{6}\right)$
201	Determinare a, b, c, d in modo tale che la funzione $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ passi per i punti $P\left(1;\ \frac{1}{3}\right), Q\left(\frac{1}{2};\ \frac{2}{11}\right), R(-3;\ -3)$. Trovare le equazioni delle rette tangenti alla curva, perpendicolari alla retta $y = -\frac{5}{2}x$ e verifica che la retta r, intermedia tra queste, passa per il centro C di simmetria della curva	$y = \dfrac{2x}{x+5}$ $5y - 2x = 0$ $2x - 5y + 40 = 0$ $C(-5;\ 2) \in r: 2x - 5y + 20 = 0$
202	Determinare a, b, c, d in modo tale che la funzione $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ abbia come asintoto orizzontale la retta $y + 1 = 0$ e sia tangente alla retta $3x + y - 4 = 0$ nel punto $A\left(\frac{4}{3};\ 0\right)$	$y = \dfrac{3x-4}{-3x+3}$
203	Scrivere l'equazione dell'iperbole equilatera traslata sapendo che passa per il punto $P(2; 2)$ ed ha il centro di simmetria nel punto $O'(1; 1)$. Determinare, quindi, la traslazione mediante la quale l'equazione trovata assume la forma $XY = k$. Scrivere infine l'equazione della tangente all'iperbole riferita ai propri asintoti nel punto $Q\left(3;\ \frac{1}{3}\right)$	$y = \dfrac{x}{x-1}$ $\begin{cases} x = x' + 1 \\ y = y' + 1 \end{cases}$ $x + 9y - 6 = 0$

204	Un'iperbole ha il centro nel punto $(-2;\ 3)$, è tangente in uno dei suoi vertici all'asse y e passa per $A(2;\ 6)$. Trovare le equazioni dei suoi asintoti	$2(y-3)=\pm\sqrt{3}(x+2)$
205	Data un'iperbole di equazione $x^2-y^2=7$, scrivere l'equazione della curva trasformata di quella data in una rotazione di 45° in senso antiorario con centro nell'origine degli assi	$xy=\frac{7}{2}$
206	Trovare l'area del quadrilatero formato dagli assi di simmetria delle iperboli di equazioni $y=\frac{25x-21}{12x-7}$ e $y=\frac{4x-5}{25x+12}$. Di che quadrilatero si tratta?	$area=\frac{2408}{1875}$ $rettangolo$
207	Un quadrato ABCD, con i lati paralleli agli assi, ha vertici sull'iperbole di equazione $16x^2-y^2=16$. Calcolare l'area del quadrato	$area=\frac{64}{15}$
208	Un'iperbole riferita al centro e ai suoi assi ha vertici nei punti $(0;\ 5)$ $(0;\ -5)$ e ha eccentricità $\frac{\sqrt{41}}{5}$. Scrivere l'equazione dell'iperbole e rappresentarla graficamente. Considerata la generica retta di equazione $y=\frac{5}{4}x+q$, verificare, sia per via algebrica sia per via grafica, che tale retta ha sempre una sola intersezione con l'iperbole, se è $q\neq 0$	$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=-1$
209	Trovare la minima distanza tra due punti appartenenti a rami opposti della funzione omografica di equazione $y=\frac{4x-5}{3x}$	$d_{min}=2\sqrt{10/3}$

210	Un'iperbole riferita al centro e ai suoi assi ha vertici nei punti $(0, \pm 4)$ e ha eccentricità $\frac{5}{4}$. Scrivere l'equazione dell'iperbole e rappresentarla graficamente. Considerata la generica retta del fascio di equazione $y = \frac{4}{3}x + k$, trovare per quale valore di k tale retta ha sempre una sola intersezione con l'iperbole	$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = -1$ $k \neq 0$

	15 problemi di riepilogo più impegnativi	
211	Trovare sul ramo destro dell'iperbole $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ un punto la cui distanza dal fuoco destro sia 2 volte minore di quella dal fuoco sinistro	$P\left(\frac{48}{5}; \pm\frac{3\sqrt{119}}{5}\right)$
212	Scrivere l'equazione del fascio di iperboli con i fuochi su parallele della retta $y = 0$ i cui vertici hanno coordinate $C(\pm 3;\ y_0)$ e caratterizzare il fascio nel caso in cui: a) gli asintoti sono rette del tipo $y = \pm\frac{1}{6}x + q$ b) un vertice appartiene alla retta $3x - y + 3 = 0$ c) rappresenta delle iperboli equilatere	$\frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$ $a)\ \frac{(x-3)^2}{9} - 4(y-y_0)^2 = 1$ $b)\ \frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y-12)^2}{b^2} = 1$ $c)\ \frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y-y_0)^2}{9} = 1$
213	Data l'iperbole avente i fuochi nei punti $(-\sqrt{13};\ 0)$ $(+\sqrt{13};\ 0)$ e i vertici nei punti $(-3;\ 0)$ $(+3;\ 0)$, calcolare la misura dell'area del quadrilatero i cui lati sono tangenti all'iperbole e perpendicolari agli asintoti	$area = \frac{65}{3}$
214	Determina i punti di intersezione tra l'iperbole di equazione $x^2 - y^2 = 4$ e quella che risulta dalla sua rotazione di 45° in senso antiorario.	$P_{1,2}\left(\pm\sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}-1}}; \pm\sqrt{2(\sqrt{2}-1)}\right)$
215	È data l'iperbole di equazione $xy = -3$. Si determini il valore di k tale che l'iperbole traslata tramite il vettore $v(k: 2k+1)$ e quella originaria si intersechino nel punto $P\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; -\frac{3}{2}(\sqrt{5}-1)\right)$	$k = 1$

216	Un quadrato ABCD, con i lati paralleli agli assi, ha vertici sull'iperbole di equazione $9x^2 - y^2 = 9$ Calcola la misura dell'area del quadrato	*vertici quadrato* $\left(\pm\frac{3\sqrt{2}}{4}; \pm\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)$ $area = \frac{9}{2}$
217	Data l'iperbole avente i fuochi nei punti $(\pm 3{,}0)$ e i vertici nei punti $(\pm\sqrt{5}; 0)$, calcolare la misura dell'area del quadrilatero i cui lati sono tangenti all'iperbole e perpendicolari agli asintoti	*tangenti* $y = \pm\frac{5}{2}x \pm \frac{3}{2}$ $area = \frac{9}{\sqrt{5}}$
218	Si consideri la funzione $y = \frac{ax+b}{x-2}$ Determinare i coefficienti a e b in modo che la curva C, grafico di questa funzione, tagli l'asse y nel punto A di ordinata -1 e in questo punto la tangente alla curva abbia il coefficiente angolare -1. Disegnare la curva C Per il punto $P(2;\ 1)$ si faccia passare una retta di coefficiente angolare m. Per quali valori di m questa retta ha due punti (distinti) in comune con la curva? In questo caso siano M, N i punti d'intersezione: conducendo per M e per N le parallele agli assi si forma un rettangolo avente per diagonale MN. Determinare per quale valore di m questo rettangolo diventa quadrato	$a = 1$ $b = 2$ $m > 0$ $m = 1$
219	Si consideri la funzione $y = \frac{ax+b}{x-1}$ a) Determinare i coefficienti a e b in modo che la curva γ, grafico di questa funzione, tagli l'asse delle ordinate nel punto A di ordinata -1 e in questo punto la tangente alla curva abbia il coefficiente angolare -3. b) Per il punto $P(-2; 2)$ si faccia passare una retta di coefficiente angolare m. Trovare per quali valori di m questa retta ha due punti (distinti) in comune con la curva. In questo caso siano M,N i punti d'intersezione: conducendo per M e per N le parallele agli assi si forma un rettangolo avente per diagonale MN. c) Determinare per quale valore di m questo rettangolo diventa un quadrato	$a)\ a = 2 \quad b = 1$ $b)\ m < -\frac{4}{3} \ \vee\ m > 0$ $c)\ m = 1$

16.completa la seguente tabella sulle iperboli, usando solo i dati in grassetto

	Equazione	Vertici	Fuochi	Asintoti	Eccentricità
220	$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$				
221	$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{25}=-1$				
222	$3x^2-4y^2=12$				
223			$F=(0;\pm 2\sqrt{5})$	$y=\pm 2x$	
224		$V=(\pm\sqrt{6};0)$			$e=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$
225			$F=(\pm\sqrt{5};0)$		$e=\frac{\sqrt{5}}{2}$
226		$V=(0;\pm\sqrt{10})$		$y=\pm\sqrt{2}x$	
227	$x^2-y^2=9$				

soluzioni

	Equazione	Vertici	Fuochi	Asintoti	Eccentricità
220		$V=(\pm 2;0)$	$F=(\pm\sqrt{13};0)$	$y=\pm\frac{3}{2}x$	$e=\frac{\sqrt{13}}{2}$
221		$V=(0;\pm 5)$	$F=(0;\pm 6)$	$y=\pm\frac{5}{3}x$	$e=\frac{6}{5}$
222		$V=(\pm 2;0)$	$F=(\pm\sqrt{7};0)$	$y=\frac{\pm\sqrt{3}}{2}x$	$e=\frac{\sqrt{7}}{2}$
223	$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=-1$	$V=(0;\pm 4)$			$e=\frac{\sqrt{5}}{2}$
224	$\frac{x^2}{6}-\frac{y^2}{2}=1$		$F=(\pm 2\sqrt{2};0)$	$y=\pm\frac{1}{3}x$	
225	$\frac{x^2}{4}-y^2=1$	$V=(\pm 2;0)$		$y=\pm\frac{1}{2}x$	
226	$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{10}=-1$		$F=(0;\pm\sqrt{15})$		$e=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
227		$V=(\pm 3;0)$	$F=(\pm 3\sqrt{2};0)$	$y=\pm x$	$e=\sqrt{2}$

completa la seguente tabella sulle iperboli, usando solo i dati in grassetto					
	Equazione	*Fuochi*	*Semiasse trasverso*	*Semiasse non trasverso*	*Eccentricità*
228	$\mathbf{16x^2+32x-9y^2+18y+8=0}$				
229	$\mathbf{9x^2-27x-4y^2-10y+23=0}$				
230		$F_1\left(\frac{1}{7};\,-\frac{\sqrt{53}}{14}-1\right)$ $F_2\left(\frac{1}{7};\,\frac{\sqrt{53}}{14}-1\right)$	$\frac{1}{2}$		
231		$F_1\left(-\frac{1}{3};\,\frac{1-2\sqrt{34}}{5}\right)$ $F_2\left(-\frac{1}{3};\,\frac{1+2\sqrt{34}}{5}\right)$		$\mathbf{2}$	
232		$F_1(-4;\,-4\sqrt{2})$ $F_2(-4;\,4\sqrt{2})$			$\sqrt{2}$
233	$\left(y-\frac{4}{5}x\right)\left(\frac{4}{5}x+y\right)=\frac{41+24x}{25}+\frac{4}{5}y$				
234	$(3x+3)^2=49(y^2-2y)$				
235		$F_1\left(\frac{1}{4};\,-8\right)$ $F_2\left(\frac{1}{4};\,2\right)$	$\mathbf{4}$		
236		$F_1\left(0;\,-\frac{89}{5}\right)$ $F_2\left(0;\,\frac{81}{5}\right)$		$\mathbf{15}$	
237		$F_1\left(-1;\,-\frac{\sqrt{13}}{6}\right)$ $F_2\left(-1;\,\frac{\sqrt{13}}{6}\right)$			$\frac{\sqrt{13}}{3}$
238	$16\left(x^2+\sqrt{6}x-y^2\right)=24y-31$				
239	$x^2-2x-9y^2+6(2y+1)=0$				
240		$F_1\left(-2;\,-\frac{7}{6}\right)$ $F_2\left(-2;\,\frac{1}{2}\right)$	$\frac{2}{3}$		
241		$F_1\left(-1;\,\frac{2\sqrt{5}}{9}-\frac{2\sqrt{10}}{3}\right)$ $F_2\left(-1;\,\frac{2\sqrt{5}}{9}+\frac{2\sqrt{10}}{3}\right)$		$\mathbf{2}$	$\sqrt{10}$
242		$F_1\left(\frac{\sqrt{6}}{3};\,-\frac{2+\sqrt{10}}{3}\right)$ $F_2\left(\frac{\sqrt{6}}{3};\,\frac{-2+\sqrt{10}}{3}\right)$			$\sqrt{10}$

soluzioni					
	Equazione	*Fuochi*	*Semiasse trasverso*	*Semiasse non trasverso*	*Eccentricità*
228		$F_1\left(-1;\ \frac{7}{12}\right)$ $F_2\left(-1;\ \frac{17}{12}\right)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$
229		$F_1\left(\frac{3}{2};\ -\frac{5+2\sqrt{13}}{4}\right)$ $F_2\left(\frac{3}{2};\ \frac{-5+2\sqrt{13}}{4}\right)$	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{\sqrt{13}}{3}$
230	$49x^2-14x-4y^2-8y-2=0$			$\frac{1}{7}$	$\frac{\sqrt{53}}{7}$
231	$9x^2+6x-25y^2+10y+36=0$		$\frac{6}{5}$		$\frac{\sqrt{34}}{3}$
232	$x^2+8x-y^2+32=0$		4	4	
233		$F_1\left(-\frac{3}{4};\ \frac{4-3\sqrt{41}}{10}\right)$ $F_2\left(-\frac{3}{4};\ \frac{4+3\sqrt{41}}{10}\right)$	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{\sqrt{41}}{4}$
234		$F_1\left(-1;\ 1-\frac{\sqrt{58}}{3}\right)$ $F_2\left(-1;\ 1+\frac{\sqrt{58}}{3}\right)$	1	$\frac{7}{3}$	$\frac{\sqrt{58}}{3}$
235	$16x^2-8x-9y^2-54y+64=0$			3	$\frac{5}{4}$
236	$45y\left(\frac{5y}{8}+1\right)-2(4x^2+891)=0$		8		$\frac{17}{8}$
237	$9x^2+18x-4y^2+10=0$		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	
238		$F_1\left(-\frac{\sqrt{6}}{2};\ -\sqrt{2}-\frac{3}{4}\right)$ $F_2\left(-\frac{\sqrt{6}}{2};\ \sqrt{2}-\frac{3}{4}\right)$	1	1	$\sqrt{2}$
239		$F_1\left(1;\ \frac{2}{3}-\sqrt{10}\right)$ $F_2\left(1;\ \frac{2}{3}+\sqrt{10}\right)$	1	3	$\sqrt{10}$
240	$16x^2+64x-9y^2-6y+67=0$			$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{4}$
241	$9x^2+18x-81y^2+36\sqrt{5}y+25=0$		$\frac{2}{3}$		$\sqrt{10}$
242	$3x^2-2\sqrt{6}x-27y^2-36y-7=0$		$\frac{1}{3}$	1	