

Esercizi guida

indice

1.	$2^x > 0$	pag. 2
2.	$4^x \leq 0$	pag. 3
3.	$7^x \geq 1$	pag. 4
4.	$2^{9x+5} > 2^{x-7}$	pag. 5
5.	$\left(\frac{1}{4}\right)^x \leq \frac{1}{64}$	pag. 7
6.	$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+2} - \left(\frac{27}{8}\right)^x < 0$	pag. 8
7.	$\sqrt[3]{2^{6x}} < \frac{1}{4} 16^{x^2-1}$	pag. 9
8.	$2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16 < 0$	pag. 10
9.	$4^x - 2^{x+1} + 1 > 0$	pag. 12
10.	$9^{x+1} + 3^{x+2} \leq 108$	pag. 13
11.	$32 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} < 1 + 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$	pag. 14
12.	$3^x > 2$	pag. 16
13.	$2^{2+x} > 3^x$	pag. 17
14.	$3^{2x} - 5 \cdot 3^x + 6 \geq 0$	pag. 18
15.	$3^{x+1} + 3^{x-1} < 3$	pag. 19
16.	$2^{3x-1} - \sqrt{7} \cdot 7^x > 0$	pag. 20

Le disequazioni esponenziali si riconoscono immediatamente dal fatto che l'incognita "x" si trova all'esponente. Si possono suddividere in linea di massima in tre tipologie. I prerequisiti **indispensabili** per risolvere le disequazioni esponenziali sono la conoscenza delle proprietà delle potenze (consultabili in Schede di Teoria alla sezione Algebra) e le proprietà dell'esponenziale a^x in particolare che la base a è sempre un numero positivo e diverso da uno, che l'esponente x può assumere qualsiasi valore reale ma l'esponenziale a^x assume sempre un valore positivo cioè $a^x > 0$ per ogni valore di a positivo e diverso da uno e per ogni valore reale di x .

Disequazioni risolubili mediante l'applicazione delle proprietà delle potenze

Questo primo tipo di disequazione si riconosce dal fatto che è possibile ridurla a **due soli** termini con la **stessa base**, utilizzando le scomposizioni e le proprietà delle potenze.

A questo punto, essendo le basi uguali, basta uguagliare gli esponenti:

$a^x > a^n \rightarrow x > n$ se $a > 1$ oppure $a^x > a^n \rightarrow x < n$ se $0 < a < 1$.

Si ottiene così una disequazione algebrica che va risolta.

1. Esercizio Guida

Risolvi la seguente disequazione esponenziale



$$2^x > 0$$



Non possiamo riportare alla **stessa base**. Il numero 0 **non è una potenza di 2**, né di nessun altro numero positivo.

$$2^x > 0$$

Poiché l'esponenziale a^x con $a > 0$ è positiva $\forall x \in R$, quindi è sempre maggiore di zero, la disequazione è immediata.

$$2^x > 0 \quad \forall x \in R$$

$$2 > 0$$

Otteniamo così la soluzione

R

2. Esercizio Guida

Risolviamo la seguente disequazione esponenziale



$$4^x \leq 0$$



Non possiamo riportare alla **stessa base**. Il numero 0 **non è una potenza di 4**, né di nessun altro numero positivo.

$$4^x \leq 0$$

Poiché l'esponenziale a^x con $a > 0$ non è mai negativa, la disequazione è immediata.

$$4^x \leq 0 \quad \nexists x \in R$$

Non può mai essere negativa

Otteniamo così la soluzione

$$\emptyset$$

3. Esercizio Guida

Risolviamo la seguente disequazione esponenziale



$$7^x \geq 1$$



È possibile ridurla a termini con la **stessa base**, utilizzando le proprietà delle potenze.

$$7^x \geq 1$$

Scriviamo **1** come **7^0**

$$7^x \geq 7^0$$

Essendo le basi uguali

$$x \geq 0$$

La disuguaglianza passa agli esponenti. Otteniamo così una disequazione algebrica.

Otteniamo così la soluzione

$$x \geq 0$$

4. Esercizio Guida

Risolviamo la seguente disequazione esponenziale



$$2^{9x+5} > 2^{x-7}$$



È già ridotta a termini con la **stessa base**.

$$2^{9x+5} > 2^{x-7}$$

Essendo le basi uguali

$$9x + 5 > x - 7$$

La disequaglianza passa agli esponenti. Otteniamo così una disequazione algebrica.

$$9x - x > -5 - 7$$

Si portano i termini con le incognite al primo membro e quelli noti al secondo termine.

$$8x > -12$$

Dividiamo entrambi i membri per 8

$$x > -\frac{12}{8}$$

Riduciamo la frazione ai minimi termini, dividendo numeratore e denominatore per 4

$$x > -\frac{3}{2}$$

Soluzione

Otteniamo così la soluzione:

$$x > -\frac{3}{2}$$

5. Esercizio Guida

Risolviamo la seguente disequazione esponenziale



$$\left(\frac{1}{4}\right)^x \leq \frac{1}{64}$$



È possibile ridurla a termini con la **stessa base**, utilizzando le proprietà delle potenze.

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x \leq \frac{1}{64}$$

scriviamo $\frac{1}{64}$ come $\left(\frac{1}{4}\right)^3$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x \leq \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

La base $\frac{1}{4} < 1$

$$x \geq 3$$

Otteniamo una disuguaglianza fra gli esponenti di verso contrario

Otteniamo così la soluzione

$$x \geq 3$$

6.Esercizio Guida

Risolviamo la seguente disequazione esponenziale



$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+2} - \left(\frac{27}{8}\right)^x < 0$$



È possibile ridurla a termini con la **stessa base**, utilizzando le proprietà delle potenze.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+2} - \left(\frac{27}{8}\right)^x < 0$$

scriviamo $\frac{27}{8}$ come
 $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ (proprietà delle potenze)

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+2} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-3(x)} < 0$$

Isoliamo le basi.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+2} < \left(\frac{2}{3}\right)^{-3(x)}$$

Osserviamo che la base $\frac{2}{3}$ è un numero compreso tra 0 e 1

$$x^2 + 2 > -3x$$

La disequaglianza passa agli esponenti invertendo il segno della disequazione. Otteniamo così una disequazione algebrica.

$$x^2 + 2 + 3x > 0$$

Disequazione di secondo grado.

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

Equazione associata.

$$x = \frac{-3 \pm 1}{2} \rightarrow x_1 = \frac{-3 - 1}{2} = -2 \rightarrow x_2 = \frac{-3 + 1}{2} = -1$$

Calcoliamo il delta
 $\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = 9 - 8 = 1$
 Appliciamo la formula risolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x < -2 \quad \vee \quad x > -1$$

La disequazione è verificata per intervalli esterni.

$$\Delta > 0$$

$$a > 0$$

verso disequazione > 0

Otteniamo così la soluzione:

$$x < -2 \quad \vee \quad x > -1$$

7. Esercizio Guida

Risolviamo la seguente disequazione esponenziale



$$\sqrt[3]{2^{6x}} < \frac{1}{4} 16^{x^2-1}$$



È possibile ridurla a termini con la **stessa base**, utilizzando le proprietà delle potenze.

$$\sqrt[3]{2^{6x}} < \frac{1}{4} 16^{x^2-1}$$

Scriviamo

$$\sqrt[3]{2^{6x}} \text{ come } 2^{\frac{6x}{3}} = 2^{2x}$$

$$\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2^{-2}$$

$$16^{x^2-1} = 2^{4(x^2-1)}$$

$$2^{2x} < 2^{-2} 2^{4(x^2-1)}$$

Ricordiamo che

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \text{ quindi}$$

$$2^{-2} 2^{4(x^2-1)} =$$

$$2^{-2+4x^2-4} = 2^{-6+4x^2}$$

$$2^{2x} < 2^{-6+4x^2}$$

La diseuguaglianza passa agli esponenti.

$$2x < -6 + 4x^2$$

Otteniamo così una disequazione algebrica.

$$-4x^2 + 2x + 6 < 0$$

Rendiamo il termine

$-4x^2$ positivo, cambiamo i segni ed il verso

$$4x^2 - 2x - 6 > 0$$

Risolviamo la disequazione

$$4x^2 - 2x - 6 = 0$$

Equazione associata

$$x = \frac{+2 \pm 10}{8} \rightarrow x_1 = \frac{+2 - 10}{8} = -1 \rightarrow x_2 = \frac{+2 + 10}{8} = \frac{3}{2}$$

Calcoliamo il delta

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 4 + 96 = 100$$

Applichiamo la formula risolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x < -1 \quad \vee \quad x > \frac{3}{2}$$

La disequazione è verificata per intervalli esterni.

$$\Delta > 0$$

$$a > 0$$

verso disequazione > 0

Otteniamo così la soluzione:

$$x < -1 \quad \vee \quad x > \frac{3}{2}$$

Disequazioni risolubili mediante una variabile ausiliaria

Questo secondo tipo di disequazione si riconosce dalla presenza di **più di due termini** che non si possono ridurre solo a due. In questo caso si procede nel seguente modo:

1. Inizialmente si prendono in considerazione solo i termini che contengono l'incognita all'esponente e, utilizzando le scomposizioni e le proprietà delle potenze si portano alla stessa base.
2. Si introduce una variabile ausiliaria ottenendo così una disequazione algebrica che va risolta.

Le soluzioni così ottenute si ripotano alla variabile iniziale, verificando che le soluzioni siano accettabili.

8. Esercizio Guida

Risolviamo la seguente disequazione esponenziale



$$2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16 < 0$$



In questo tipo di equazione dobbiamo portare alla stessa base i termini che contengono l'incognita e poi introdurre una variabile ausiliaria

$$2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16 < 0$$

Poniamo $2^x = t$
e quindi $2^{2x} = t^2$

$$t^2 - 10 \cdot t + 16 < 0$$

Abbiamo ottenuto una disequazione di secondo grado. Consideriamo l'equazione associata.

$$t^2 - 10 \cdot t + 16 = 0$$

Svolgiamo l'equazione

$$t = 5 \pm 3 \rightarrow t_1 = 5 - 3 = 2 \rightarrow t_2 = 5 + 3 = 8$$

Essendo $b = -10$ numero pari, calcoliamo il delta quarti
 $\Delta/4 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$
 $\Delta/4 = 25 - 16 = 9$
 Applichiamo la formula risolutiva ridotta:

$$x = \frac{-b/2 \pm \sqrt{\Delta/4}}{a}$$



Utilizzando la posizione iniziale bisogna trovare i corrispondenti valori di x e verificare se sono accettabili

$$2^x = t_1 \rightarrow 2^x = 2 \rightarrow 2^x = 2^1 \rightarrow x = 1$$

Accettabile

$$2^x = t_1 \rightarrow 2^x = 8 \rightarrow 2^x = 2^3 \rightarrow x = 3$$

Accettabile

$$1 < x < 3$$

La disequazione è verificata
per intervalli interni
 $\Delta > 0$
 $a > 0$
verso disequazione < 0

Otteniamo così la soluzione:

$$1 < x < 3$$

9. Esercizio Guida

Risolviamo la seguente disequazione esponenziale



$$4^x - 2^{x+1} + 1 > 0$$



In questo tipo di equazione si applicheranno prima le proprietà delle potenze e poi si utilizzerà una variabile ausiliaria

$$4^x - 2^{x+1} + 1 > 0$$

Scriviamo
 $4^x = 2^{2x}$ (proprietà potenze)
 $2^{x+1} = 2^x \cdot 2^1$ ($a^n \cdot a^m = a^{n+m}$)

$$2^{2x} - 2^x \cdot 2^1 + 1 > 0$$

Poniamo $2^x = t$
 e quindi $2^{2x} = t^2$

$$t^2 - 2 \cdot t + 1 > 0$$

Abbiamo ottenuto una disequazione di secondo grado. Consideriamo l'equazione associata.

$$t^2 - 2 \cdot t + 1 = 0$$

Svolgiamo l'equazione

$$(t - 1)^2 > 0$$

Essendo $b = -2$ numero pari, calcoliamo il delta quarti
 $\Delta/4 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$
 $\frac{\Delta}{4} = 1 - 1 = 0$
 Quadrato di un binomio



Il quadrato del binomio è sempre maggiore di zero, tranne che per il valore che annulla l'equazione. Utilizzando la posizione iniziale bisogna trovare i corrispondenti valori di x

$$\forall t \in \mathbb{R}, t \neq 1$$

Sempre verificata tranne che per $t \neq 1$

$$t \neq 1 \rightarrow 2^x \neq 1 \rightarrow 2^x \neq 2^0$$

Troviamo i corrispondenti
valori di x

Otteniamo così le soluzioni:

$$x \neq 0$$

10. Esercizio Guida

Risolvi la seguente disequazione esponenziale



$$9^{x+1} + 3^{x+2} \leq 108$$



In questo tipo di equazione si applicheranno prima le proprietà delle potenze e poi si utilizzerà una variabile ausiliaria

$$9^{x+1} + 3^{x+2} \leq 108$$

Scriviamo
 $9^{x+1} = 9^x \cdot 9^1$ ($a^n \cdot a^m = a^{n+m}$)
 $3^{x+2} = 3^x \cdot 3^2$ ($a^n \cdot a^m = a^{n+m}$)

$$3^{2x} \cdot 9 + 3^x \cdot 9 \leq 108$$

Possiamo dividere tutti i termini per 9

$$3^{2x} + 3^x \leq 12$$

Poniamo $3^x = t$
e quindi $3^{2x} = t^2$

$$t^2 + t - 12 \leq 0$$

Abbiamo ottenuto una disequazione di secondo grado. Consideriamo l'equazione associata.

$$t^2 + t - 12 = 0$$

Svolgiamo l'equazione

$$t = \frac{-1 \pm 7}{2} \rightarrow t_1 = \frac{-1-7}{2} = -4 \rightarrow t_2 = \frac{-1+7}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Calcoliamo il delta
 $\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = 1 + 48 = 49$
Applichiamo la formula risolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$



Utilizzando la posizione iniziale bisogna trovare i corrispondenti valori di x e verificare se sono accettabili.

$$3^x = t_1 \rightarrow 3^x = -4$$

Non accettabile

$$3^x = t_2 \rightarrow 3^x = 3 \rightarrow 3^x = 3^1 \rightarrow x = 1$$

Accettabile

Otteniamo così la soluzione:

$$x \leq 1$$

11. Esercizio Guida

Risolviamo la seguente disequazione esponenziale



$$32 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} < 1 + 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



Possiamo introdurre la variabile ausiliaria

$$32 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} < 1 + 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Poniamo

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = t$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} = t^2$$

$$32 \cdot t^2 < 1 + 4 \cdot t$$

Disequazione di secondo grado

$$32 \cdot t^2 - 4 \cdot t - 1 < 0$$

Equazione associata

$$32 \cdot t^2 - 4 \cdot t - 1 = 0$$

Risolviamo l'equazione

$$t = \frac{2 \pm 6}{32} \rightarrow t_1 = \frac{2+6}{32} = \frac{1}{4} \rightarrow t_2 = \frac{2-6}{32} = -\frac{4}{32} = -\frac{1}{8}$$

Essendo $b=-4$ numero pari, calcoliamo il delta quarti

$$\Delta/4 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

$$\frac{\Delta}{4} = 4 + 32 = 36$$

Applichiamo la formula risolutiva ridotta:

$$x = \frac{-b/2 \pm \sqrt{\Delta/4}}{a}$$

Utilizzando la posizione iniziale bisogna trovare i corrispondenti valori di x e verificare se sono accettabili

$\left(\frac{1}{2}\right)^x = t_1 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = -\frac{1}{8} \rightarrow$	Non Accettabile
$\left(\frac{1}{2}\right)^x = t_2 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{4} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow x = 2$	Accettabile
$\left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^2$	La base $\frac{1}{2} < 1$
$x > 2$	Otteniamo una disuguaglianza fra gli esponenti di verso contrario
Otteniamo così la soluzione: $x > 2$	

Disequazioni risolubili mediante l'ausilio dei logaritmi

Questo terzo tipo di disequazione si riconosce dal fatto che le **basi** sono **diverse** e non si possono rendere uguali, inoltre l'introduzione di una variabile ausiliaria non porterebbe a nulla.

In questo caso si procede calcolando il logaritmo ad entrambi i membri, per poi utilizzare i teoremi sui logaritmi, in particolare il terzo teorema: $\log_a b^c = c \log_a b$. Si ottiene così una disequazione algebrica che va risolta.

12. Esercizio Guida

Risolviamo la seguente disequazione esponenziale



$$3^x > 2$$



In questo tipo di disequazione le basi sono diverse e non è possibile renderle uguali, una variabile ausiliaria non risolve quindi ci serviremo dei logaritmi

$$\ln 3^x > \ln 2$$

Calcoliamo il logaritmo naturale ($\ln$) di entrambi i membri

$$x \ln 3 > \ln 2 \rightarrow x > \frac{\ln 2}{\ln 3}$$

Al primo membro applichiamo il terzo teorema sui logaritmi:
 $\log_a b^c = c \log_a b$
 Dividiamo entrambi i membri per $\ln 3$



per trovare la soluzione abbiamo calcolato ad entrambi i membri il logaritmo in base naturale ($\ln$), ma avremmo potuto scegliere una qualsiasi base, in questo caso poteva convenire di scegliere il logaritmo in base 3 vediamo perché:

$$3^x > 2 \rightarrow \log_3 3^x > \log_3 2 \rightarrow x \log_3 3 > \log_3 2$$

$$x > \log_3 2$$

applichiamo sempre il terzo teorema sui logaritmi: ma per la definizione di logaritmo $\log_3 3 = 1$
 Si ottiene quindi la seguente soluzione

$$\log_3 2 = \frac{\ln 2}{\ln 3}$$

Si noti che le due soluzioni, apparentemente diverse, sono equivalenti in base alla formula del cambio di base:
 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Otteniamo così la soluzione:

$$x > \frac{\ln 2}{\ln 3}$$

13. Esercizio Guida

Risolviamo la seguente disequazione esponenziale



$$2^{2+x} > 3^x$$



In questo tipo di disequazione le basi sono diverse e non è possibile renderle uguali, una variabile ausiliaria non risolve quindi ci serviremo dei logaritmi

$$\ln 2^{2+x} > \ln 3^x$$

Calcoliamo il logaritmo naturale ($\ln$) di entrambi i membri

$$(2+x) \ln 2 > x \ln 3$$

Effettuiamo i calcoli

$$2 \ln 2 + x \ln 2 > x \ln 3$$

Separiamo i termini con la x

$$-x \ln 3 + x \ln 2 > -2 \ln 2$$

Mettiamo la x in evidenza

$$x(\ln 2 - \ln 3) > -2 \ln 2$$

Poiché il termine $(\ln 2 - \ln 3)$ è negativo cambio i segni e il verso.

$$x(\ln 3 - \ln 2) < 2 \ln 2$$

Dividiamo entrambi i membri per $(\ln 3 - \ln 2)$.

$$x < \frac{2 \ln 2}{(\ln 3 - \ln 2)}$$

Soluzione



Proviamo a scrivere la soluzione in un modo diverso

$$x < \frac{2 \ln 2}{(\ln 3 - \ln 2)}$$

Mettiamo al denominatore $\ln 2$ a fattor comune

$$x < \frac{2 \ln 2}{\ln 2 \left(\frac{\ln 3}{\ln 2} - 1 \right)}$$

Semplifichiamo $\ln 2$

$$x < \frac{2}{\left(\frac{\ln 3}{\ln 2} - 1\right)}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_2 3 = \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

Otteniamo così la soluzione:

$$x < \frac{2}{\log_2 3 - 1}$$

14. Esercizio Guida

Risolviamo la seguente disequazione esponenziale



$$3^{2x} - 5 \cdot 3^x + 6 \geq 0$$



Questa disequazione si può risolvere introducendo la variabile ausiliaria

$$3^{2x} - 5 \cdot 3^x + 6 \geq 0$$

Poniamo $3^x = t$
e quindi $3^{2x} = t^2$

$$t^2 - 5 \cdot t + 6 \geq 0$$

Disequazione di secondo grado

$$t^2 - 5 \cdot t + 6 = 0$$

Equazione associata

$$t = \frac{+5 \pm 1}{2} \rightarrow t_1 = \frac{+5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \rightarrow t_2 = \frac{+5 + 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Calcoliamo il delta
 $\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = 25 - 24 = 1$
 Applichiamo la formula risolutiva:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$



Utilizzando la posizione iniziale bisogna trovare i corrispondenti valori di x

$$3^x = t_1 \rightarrow 2$$

Poiché ho base diversa dobbiamo servirci dei logaritmi.

$3^x = 2 \rightarrow \ln 3^x = \ln 2$	Facciamo i calcoli e otteniamo la x
$\ln 3^x = \ln 2 \rightarrow x \ln 3 = \ln 2 \rightarrow x = \frac{\ln 2}{\ln 3} = \log_3 2$	Abbiamo effettuato il cambio di base
$3^x = t_2 \rightarrow 3 \rightarrow x = 1$	Abbiamo la stessa base, quindi uguagliamo gli esponenti
$x \leq \log_3 2 \vee x \geq 1$	La disequazione è verificata per intervalli esterni $\Delta > 0$ $a > 0$ verso disequazione > 0
Otteniamo così la soluzione: $x \leq \log_3 2 \vee x \geq 1$	

15. Esercizio Guida

Risolvi la seguente disequazione esponenziale



$$3^{x+1} + 3^{x-1} < 3$$



In questo tipo di equazione si applicheranno prima le proprietà delle potenze e poi si utilizzeranno i logaritmi.

$$3^{x+1} + 3^{x-1} < 3$$

Scriviamo
 $3^{x+1} = 3^x \cdot 3^1$ ($a^n \cdot a^m = a^{n+m}$)
 $3^{x-1} = 3^x \cdot 3^{-1}$ ($a^n \cdot a^m = a^{n+m}$)

$$3^x \cdot 3 + 3^x \cdot 3^{-1} < 3$$

Esplicitiamo 3^x

$$3^x(3 + 3^{-1}) < 3$$

Scriviamo: $3^{-1} = \frac{1}{3}$

$$3^x\left(3 + \frac{1}{3}\right) < 3 \rightarrow 3^x < \frac{9}{10}$$

Non abbiamo la stessa base, quindi ci serviamo dei logaritmi

$$\ln 3^x < \ln \frac{9}{10}$$

$\ln \frac{9}{10} = \ln 9 - \ln 10$ proprietà dei logaritmi
 $\ln 9 = \ln 3^2 = 2 \ln 3$

$$x \ln 3 < 2 \ln 3 - \ln 10$$

Dividiamo entrambi i membri per $\ln 3$

$$x < \frac{2 \ln 3 - \ln 10}{\ln 3} \rightarrow 2 - \frac{\ln 10}{\ln 3}$$

Divido i membri del numeratore

Otteniamo così la soluzione:

$$x < 2 - \frac{\ln 10}{\ln 3}$$

16. Esercizio Guida

Risolvi la seguente disequazione esponenziale



$$2^{3x-1} - \sqrt{7} \cdot 7^x > 0$$



In questo tipo di equazione si applicheranno prima le proprietà delle potenze e poi si utilizzeranno i logaritmi.

$$2^{3x-1} - \sqrt{7} \cdot 7^x > 0$$

Scriviamo:

$$\sqrt{7} \cdot 7^x = 7^{\frac{1}{2}} \cdot 7^x = 7^{\frac{1}{2}+x}$$

$$2^{3x-1} > 7^{\frac{1}{2}+x}$$

Consideriamo i logaritmi

$$\ln 2^{3x-1} > \ln 7^{\frac{1}{2}+x}$$

$$\log_a b^c = c \log_a b$$

Applichiamo la proprietà

$$(3x-1)\ln 2 > \left(\frac{1}{2}+x\right)\ln 7$$

Effettuiamo i calcoli

$$3x \ln 2 - \ln 2 > \frac{1}{2} \ln 7 + x \ln 7$$

Calcoliamo la x

$$3x \ln 2 - x \ln 7 > \frac{1}{2} \ln 7 + \ln 2$$

Sempre considerando
 $\log_a b^c = c \log_a b$
 otteniamo

$$x(3\ln 2 - \ln 7) > \frac{1}{2} \ln 7 + \ln 2$$

Dividiamo per $(3\ln 2 - \ln 7)$

$$x > \frac{\frac{1}{2} \ln 7 + \ln 2}{(3\ln 2 - \ln 7)}$$

Applichiamo le proprietà dei logaritmi



Soluzione alternativa

$$2^{3x} \cdot 2^{-1} > \sqrt{7} \cdot 7^x \rightarrow 8^x \cdot \frac{1}{2} > \sqrt{7} \cdot 7^x$$

Dividiamo entrambi i
 membri per $\frac{1}{2}$ e per 7^x

$\frac{8^x}{7^x} > \frac{\sqrt{7}}{\frac{1}{2}}$	Numeratore e denominatore di una frazione entrambi elevati a x , quindi tutta la frazione elevata a x
$\left(\frac{8}{7}\right)^x > 2\sqrt{7}$	Eleviamo al quadrato per eliminare la radice
$\left(\frac{8}{7}\right)^{2x} > 28$	Non avendo la stessa base passiamo ai logaritmi
$\ln\left(\frac{8}{7}\right)^{2x} > \ln 28$	$\log_a b^c = c \log_a b$ Il logaritmo del rapporto è uguale al logaritmo della differenza
$x(\ln 64 - \ln 49) > \ln 28$	Calcolo la x
Otteniamo così le soluzioni: $x > \frac{\ln 28}{\ln 64 - \ln 49}$	

