

|    |  |
|----|--|
| 1  | E' dato il triangolo isoscele ABC di base BC si prolunghino, oltre il vertice A, i due lati BA e CA rispettivamente di due segmenti AE e AD congruenti tra loro. Dimostra che i segmenti BD e CE sono congruenti.      |
| 2  | E' dato l'angolo $\alpha$ di vertice O. Sulla semiretta r si considerino i punti A e B e sulla semiretta s i punti P e Q in modo che sia $OA \cong OP$ e $OB \cong OQ$ . Dimostra che $AQ \cong BP$ .                  |
| 3  | Siano AH e BK le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele ABC. Dimostra che $CK \cong CH$ .  |
| 4  | E' dato il triangolo isoscele ABC; sulla base AB si prendano i punti R e S tali che $AR \cong BS$ . Dimostra che il triangolo CSR è isoscele.  |
| 5  | Un triangolo isoscele è diviso in due triangoli dalla bisettrice relativa all'angolo al vertice. Dimostra che i due triangoli sono congruenti.   |
| 6  | Dato un triangolo ABC, si prolunghi la mediana AM di un segmento $MP \cong AM$ . Dimostrare che $BP \cong AC$ e $PC \cong AB$ .  |
| 7  | E' dato il triangolo isoscele ABC; si prolunghi la base AB da ambo le parti, e su detti prolungamenti si prendano due punti D ed E tali che $AD \cong BE$ . Dimostra che CDE è un triangolo isoscele.                  |
| 8  | Dimostra che due triangoli isosceli sono congruenti se hanno congruenti la base e uno degli angoli ad essa adiacenti.  |
| 9  | Sia ABC un triangolo equilatero. Prolunga nello stesso verso i suoi lati rispettivamente dei segmenti AD, BE, e CF congruenti tra loro. Dimostra che il triangolo DEF è ancora equilatero.                             |
| 10 | In un triangolo equilatero ABC si conducano le bisettrici degli angoli ABC e ACB e si chiami P il loro punto di incontro. Dimostrare che il triangolo PBC è isoscele e che i triangoli BPA, BPC e CPA sono congruenti. |

|    |   |
|----|---|
| 11 | Sia ABC un triangolo equilatero. Considera sui tre lati del triangolo tre punti R, S, T in modo che risulti $AR \cong BS \cong CT$ . Congiungi i tre punti e dimostra che anche il triangolo RST è equilatero. Considera il caso in cui il punto R è punto medio del lato AB. Quanti triangoli equilateri si formano? |
| 12 | I triangoli ABC e PQR sono equilateri ed è $AB \cong PQ$ . Dimostrare che i due triangoli sono congruenti.  |
| 13 | E' dato un triangolo isoscele; dimostrare che i punti medi dei lati sono vertici di un triangolo isoscele.  |
| 14 | Dimostra che in ogni triangolo isoscele le mediane relative ai lati congruenti sono congruenti.   |
| 15 | Dimostra che in ogni triangolo isoscele le bisettrici relative agli angoli congruenti sono congruenti.  |
| 16 | Nel triangolo isoscele ABC, di base AB, sia G il punto di incontro delle mediane AM e BN relative ai lati congruenti; dimostra che i triangoli AGN e BGM sono congruenti.   |
| 17 | Del triangolo isoscele ABC, di base AB, sia CD la bisettrice dell'angolo $\hat{A}CB$ . Considera sui lati obliqui AC e BC, rispettivamente, due punti P e Q tali che $AP \cong BQ$ . Dimostra che il triangolo PDQ è isoscele.  |
| 18 | Sia $X\hat{O}Y$ un angolo la cui bisettrice è OM; sui lati OX e OY si considerino rispettivamente i punti A e B tali che $OA \cong OB$ e sia C il punto di intersezione di OM con AB. Dimostrare che $AC \cong BC$ .  |
| 19 | Sia OM la bisettrice di un angolo qualsiasi di vertice $\hat{O}$ ; sui lati dell'angolo si prendano due segmenti congruenti OA e OB. Dimostrare che le congiungenti i punti A e B con un punto qualunque C della bisettrice OM sono congruenti.   |
| 20 | Del triangolo isoscele ABC si consideri la mediana AH relativa alla base BC ed un suo punto P; la retta BP incontra AC in K e la retta CP incontra AB in T. Dimostrare che BK è congruente a CT.  |

|    |   |
|----|---|
| 21 | Si prolunghi l'altezza AH del triangolo ABC di un segmento $HP \cong AH$ . Dimostrare che i triangoli ABP e ACP sono isosceli.  |
| 22 | Sia AM una mediana del triangolo qualunque ABC. Sul prolungamento di AM dalla parte di M si costruisca un segmento $MP \cong AM$ . Dimostrare che il triangolo ACM è congruente al triangolo BMP. |
| 23 | Si conducano le bisettrici di due angoli di un triangolo equilatero e si congiunga il loro punto di intersezione con i tre vertici. Dimostra che si ottengono tre triangoli congruenti tra loro.  |
| 24 | Disegna un triangolo equilatero ABC e indica con O l'ortocentro (punto di incontro delle altezze). Dimostra che i triangoli AOB, AOC e BOC sono congruenti.                                       |
| 25 | Dimostra che in un triangolo isoscele ABC di base AB, le bisettrici AE e BF sono congruenti.  |
| 26 | Dato un triangolo equilatero, congiungi i punti medi dei suoi lati e dimostra che il triangolo dato risulta diviso in quattro triangoli equilateri congruenti fra loro.                           |
| 27 | Considera un triangolo isoscele e congiungi fra loro i punti medi dei lati. Dimostra che i quattro triangoli che si formano sono isosceli e congruenti.   |
| 28 | Dato l'asse r di un segmento AB, segna un punto qualsiasi P dell'asse stesso, non appartenente al segmento AB. Dimostra che i triangoli PMA e PMB sono congruenti.                                |
| 29 | Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB. Considera un punto P sulla bisettrice dell'angolo $\hat{A}CB$ e congiungilo con i vertici A e B. Dimostra che i triangoli APC e BPC sono congruenti. |
| 30 | Sulla bisettrice AD dell'angolo $\hat{A}$ di un triangolo ABC, prendi i segmenti $AE \cong AB$ e $AF \cong AC$ . Dimostra che $BF \cong CE$ .   |

|    |  |
|----|--|
| 31 | Date due rette incidenti in $O$ , prendi su una stessa retta e da parti opposte rispetto a $O$ i segmenti $OA$ o $OB$ congruenti fra loro; sull'altra retta porta, sempre da parti opposte rispetto a $O$ , i segmenti congruenti fra loro, ma non ai precedenti, $OC$ e $OD$ . Dimostra che i triangoli $OAC$ e $OBD$ sono congruenti.  |
| 32 | È dato il segmento $AB$ e il suo punto medio $O$ ; in $A$ e in $B$ da parte opposta rispetto ad $AB$ conduci le semirette $AX$ e $BZ$ formanti due angoli congruenti con $\widehat{AB}$ . Per il punto $O$ conduci una prima retta che intersechi $AX$ in $C$ e $BZ$ in $D$ , poi una seconda retta che intersechi $AX$ in $E$ e $BZ$ in $F$ . Dimostra che si ha: $AC \cong BD$ ; $CE \cong DF$ ; $CF \cong DE$ . |
| 33 | Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti l'ipotenusa, un cateto e la mediana ad esso relativa   |
| 34 | Due triangoli isosceli hanno congruenti l'angolo al vertice e la mediana relativa alla base. Dimostra che i due triangoli sono congruenti.   |
| 35 | Dimostra che due triangoli sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti un lato e i due angoli esterni aventi il vertice negli estremi di questo lato.  |
| 36 | Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti un cateto, l'ipotenusa e la mediana ad essa relativa.  |
| 37 | Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti l'ipotenusa, un angolo acuto e la relativa bisettrice.   |
| 38 | Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti un cateto e la bisettrice dell'angolo retto  |
| 39 | Dimostra che se in un triangolo $ABC$ l'altezza $AH$ relativa al lato $BC$ è anche la bisettrice dell'angolo $\widehat{CAB}$ , allora il triangolo $ABC$ è isoscele.   |
| 40 | Siano $ABC$ e $ABC'$ due triangoli isosceli aventi base comune $AB$ e appartenenti a semipiani opposti aventi come origine la retta $AB$ . Dimostra che $CC'$ è bisettrice degli angoli $\widehat{ACB}$ e $\widehat{AC'B}$ .   |

|    |   |
|----|---|
| 41 | Sui lati $a$ e $b$ di un angolo $\widehat{aOb}$ considera due punti $A$ e $B$ tali che $OA \cong OB$ . Dimostra che, comunque si prenda un punto $P$ appartenente alla bisettrice di $\widehat{aOb}$ , i due triangoli $OPA$ e $OPB$ sono congruenti. Considera poi due punti $R \in a$ ed $S \in b$ tali che $R \notin OA, S \notin OB$ e $RA \cong SB$ ; dimostra che $RP \cong SP$ . |
| 42 | Dato un triangolo $ABC$ , traccia una semiretta con origine in $B$ , appartenente al semipiano avente come origine la retta $AB$ e che non contiene il punto $C$ , tale da formare con $AB$ un angolo congruente all'angolo $\widehat{CAB}$ . Detto $C'$ il punto di intersezione del prolungamento della mediana $CM$ con tale semiretta, dimostra che $AC \cong BC'$ .                |
| 43 | Considera un angolo $\widehat{AOB}$ . Fissa sul lato $AO$ i punti $M$ e $N$ e sul lato $BO$ i punti $P$ e $Q$ in modo che sia $OM \cong OP$ e $ON \cong OQ$ . Congiungi $N$ con $P$ e $M$ con $Q$ . Dimostra che i triangoli $NOP$ e $QOM$ sono congruenti.   |
| 44 | Dimostra che due quadrilateri convessi $ABCD$ e $A'B'C'D'$ che hanno i lati ordinatamente congruenti e $\widehat{A} \cong \widehat{A}'$ sono congruenti.  |
| 45 | Sia dato il triangolo $ABC$ . Sul prolungamento del lato $AB$ , dalla parte di $A$ , prendi il segmento $AH$ tale che $HA \cong AB$ , e sul prolungamento del lato $CA$ , dalla parte di $A$ , prendi il segmento $AK$ tale che $AK \cong CA$ . Dimostra che il triangolo $ABC$ è congruente al triangolo $AHK$ .   |
| 46 | Sia $O$ il punto medio del segmento $AB$ . Per $O$ traccia una retta qualsiasi $s$ e costruisci su di essa, da parti opposte rispetto ad $O$ , due segmenti congruenti $OH$ e $OK$ . Dimostra che i due triangoli $OBH$ e $OAK$ sono congruenti.  |
| 47 | Un quadrilatero $ABCD$ è tale che $\widehat{ADB} \cong \widehat{BDC}$ . Dimostra che, se sulla diagonale $BD$ esiste un punto $P$ tale che $\widehat{APB} \cong \widehat{BPC}$ , allora i due triangoli $ADC$ e $ABC$ sono congruenti.  |
| 48 | Considera il triangolo $ABC$ , isoscele sulla base $AB$ , e un punto $D$ sul prolungamento di $CB$ dalla parte di $B$ . Dimostra che $\widehat{CAB} > \widehat{BDA}$ .  |

49

Sono dati due triangoli  $ABC$  e  $A'BC$  congruenti tra loro e giacenti dalla stessa parte rispetto al lato comune  $BC$ . Sapendo che  $AB > CA$  e  $CA' > A'B$ , detto  $D$  il punto di intersezione dei segmenti  $AB$  e  $CA'$ , dimostra che il triangolo  $DBC$  è isoscele e che i triangoli  $DCA$  e  $DA'B$  sono tra loro congruenti.

50

Prolunga il lato  $BC$  di un triangolo equilatero  $ABC$ , da parti opposte, di due segmenti  $CD$  e  $EB$  congruenti a  $BC$ . Conduci da  $D$  la perpendicolare a  $ED$  e traccia la retta  $EA$  fino a incontrare tale perpendicolare in  $F$ . Dimostra che  $CA$  e  $EF$  sono perpendicolari e che  $CF$  e  $AB$  sono paralleli.