

risolvi i seguenti problemi

1	<p>Si consideri un triangolo rettangolo. A quanto tende la lunghezza della circonferenza circoscritta di raggio r al tendere dell'ipotenusa a $+\infty$?</p>	[$+\infty$]
2	<p>Si consideri un parallelogramma di area fissata 10 con la base lunga 5, e sia α uno dei due angoli adiacenti alla base. A quanto tende il perimetro del quadrilatero se α tende a 90°? E se α tende a 0° o 180°?</p>	[14; $+\infty$; $+\infty$]
3	<p>In un sistema di assi cartesiani si considerino i quadrilateri aventi per vertici i punti O, $A(1; 1)$, $B(1; -1)$ e P sull'asse delle x. A che valore tende l'area del quadrilatero $AOBP$ al variare dell'ascissa di P a 0, 1, $+\infty$ e $-\infty$?</p>	[0; 1; $+\infty$; $+\infty$]
4	<p>Sia dato $x > 0$ e ABC un triangolo isoscele di perimetro 8 con base $AB = x^2$. A che valore tende la misura della sua area al tendere di x a 0? E al tendere di x a 2?</p>	[0; 0]
5	<p>Si consideri $x \in \mathbb{R}$ e Γ una circonferenza di raggio $\frac{\sin x}{x}$. A che valore tende l'area di Γ al tendere di x a $+\infty$? E al tendere di x a 0?</p>	[0; π]
6	<p>Si consideri un triangolo rettangolo ABC di cui $AB = 1$ sia l'ipotenusa e AC il cateto minore. Si prenda un punto D su AB in modo che $D\hat{C}A = A\hat{D}C$, e sia E il piede della perpendicolare ad AB condotta da C. Se, dato $x \in \mathbb{R}$, i segmenti CE ed AC misurano rispettivamente $\frac{4}{x^2}$ e $\cos x$, a quanto tende l'area del triangolo BDC al tendere di x a 0? E al tendere di x a $+\infty$?</p>	[1; 0]

7	<p>Dato un quadrato di lato x, si considerino le due circonferenze ad esso inscritta e circo-scritta. A che valore tende la differenza delle aree dei due cerchi al tendere di x a $+\infty$? E a che valore tende il loro rapporto?</p> <p style="text-align: right;">[$+\infty$; 2]</p>
8	<p>Data la funzione $f(x) = \frac{x+1}{x} \cos x$, si considerino i triangoli ABC con $A(x-1, 0)$, $B(x, 0)$ e $C(x, f(x))$. A che valore tende l'area di ABC al tendere di x a 0^+? E al tendere di x a $+\infty$?</p> <p style="text-align: right;">[nel primo caso tende a $+\infty$, nel secondo il limite è oscillante tra $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$]</p>
9	<p>Date le funzioni $f(x) = \frac{x}{x+1}$ e $g(x) = \frac{x+2}{x+1}$, siano A e B le intersezioni della retta $x = k$ con i grafici delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$, e C e D le corrispondenti intersezioni con la retta $x = k + 1$. A che valore tende l'area del quadrilatero ABDC al tendere di k a $+\infty$? E al tendere di k a -1^+?</p> <p style="text-align: right;">[0; $+\infty$]</p>
10	<p>Date le funzioni $f(x) = \frac{\sin x - 1}{x}$ e $g(x) = \frac{\sin x + 1}{x}$, siano A e B le intersezioni della retta $x = k$ con i grafici delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$, e C e D le corrispondenti intersezioni con la retta $x = k + 1$. A che valore tende l'area del quadrilatero ABDC al tendere di k a $+\infty$?</p> <p style="text-align: right;">[0]</p>
11	<p>Si considerino un punto P su una circonferenza di raggio r e tutti i triangoli isosceli in essa in-scritti che hanno P come vertice. A che valore tende la loro area al tendere dell'ampiezza degli angoli alla base a 0°? E al tendere a 90°?</p> <p style="text-align: right;">[0; 0]</p>
12	<p>Si considerino un triangolo equilatero di lato 1 ed una circonferenza centrata in un suo vertice. A che valore tende l'area dell'intersezione tra il cerchio ed il triangolo al tendere a $+\infty$ del raggio della circonferenza?</p> <p style="text-align: right;">[$\frac{\sqrt{3}}{4}$]</p>

13	<p>Si consideri un parallelogramma di perimetro 14 con la base lunga 5, e sia α uno dei due angoli adiacenti alla base. A quanto tende l'area del quadrilatero se α tende a 90°? E se α tende a 0° o 180°?</p>	[10; 0; 0]
14	<p>In un sistema di assi cartesiani si consideri la retta r parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante. Sia A il punto $(1; 0)$, C l'intersezione di r con l'asse delle ordinate e B l'intersezione di r con la retta $x = 1$. A che valore tende l'area di ABCO al tendere dell'ordinata di C a $+\infty$, 0^+ e -1^-?</p>	$\left[+\infty; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$
15	<p>Si consideri un trapezio isoscele ABCD di base minore $CD = 1$. Dato un numero reale e positivo x, la base maggiore AB misuri e^x e l'altezza $\frac{1}{x}$. Si conduca da C la parallela al lato AD, e sia H la sua intersezione con la base maggiore. A che valore tende l'area del triangolo HCB al tendere di x a $+\infty$? E al tendere di x a 0^+?</p>	$\left[+\infty; \frac{1}{2}\right]$
16	<p>Nella stessa situazione del problema precedente, a che valore tende il perimetro del triangolo HCB nei due casi?</p>	$[+\infty; +\infty]$
17	<p>Dato $x \in R$, si consideri ABC un triangolo rettangolo in C di cateti 1 e x. Si costruisca l'asse dell'ipotenusa e su di questo si prenda un punto D tale da distare $\frac{1}{x}$ dal punto medio di AB. A che valore tende l'area del triangolo ABD al tendere di x a $+\infty$? E al tendere di x a 0?</p>	$\left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$
18	<p>Si considerino tutti i rettangoli con un lato lungo $\sqrt{3}$ volte l'altro. Se l'area della circonferenza circoscritta tende a 0, a che valore tende l'area del rettangolo?</p>	[0]

19	<p>Si considerino due cerchi concentrici di cui il maggiore di raggio 1 e i due coni di altezza 2, contenuti l'uno nell'altro, che li hanno come base. A che valore tende la differenza dei volumi dei due coni al tendere a π dell'area del cerchio minore?</p> <p style="text-align: right;">[0]</p>
20	<p>Data la funzione $f(x) = \frac{2 x }{ x +x \cos x}$, si considerino i cerchi di centro $C(x, 0)$ e raggio $f(x)$. A che valore tende l'area di detti cerchi quando x tende a 0^+? E quando x tende a 0^-?</p> <p style="text-align: right;">[π; $+\infty$]</p>
21	<p>Data la funzione $f(x) = \frac{1}{x}$, si considerino i cerchi di centro $C(x, f(x))$ tangenti all'asse delle ascisse. A che valore tendono le loro aree al tendere di x a $+\infty$? E al tendere di x a 0?</p> <p style="text-align: right;">[0; $+\infty$]</p>
22	<p>Con riferimento al problema precedente, a che valore tendono i volumi dei cilindri che hanno per basi detti cerchi e altezza pari a $\sqrt{x^3}$?</p> <p style="text-align: right;">[0; $+\infty$]</p>
23	<p>Si considerino un punto P su una circonferenza di raggio r e tutti i triangoli isosceli ad essa circoscritti che hanno P come punto medio della base. A che valore tende la loro area al tendere dell'ampiezza dell'angolo al vertice a 0°? E al tendere a 180°?</p> <p style="text-align: right;">[$+\infty$; $+\infty$]</p>
24	<p>Nella stessa situazione del problema precedente, con raggio unitario, a che valore tende la lunghezza della base e quella dell'altezza al tendere dell'ampiezza dell'angolo al vertice a 0°? E al tendere a 180°?</p> <p style="text-align: right;">[se l'angolo al vertice tende a 0°, la base tende a 2 e l'altezza a $+\infty$ viceversa, se l'angolo tende a 180°]</p>

25	<p>Sia dato un triangolo isoscele di perimetro 10; a che valore tende la somma delle lunghezze dei suoi lati obliqui al tendere dell'angolo al vertice a 0°? E al tendere a 180°?</p> <p style="text-align: right;">[10; 5]</p>
26	<p>Considerare due rette non parallele; sia O il loro punto d'intersezione ed α uno dei due angoli in O. Fissato un punto A su una delle due rette (distinto da O), costruire l'unico rettangolo con i vertici A, B, C, D sulle rette date che ha O come centro di simmetria. A che valore tende l'area di $ABCD$ al tendere di α a 180°? E al tendere di α a 0°?</p> <p style="text-align: right;">[0; 0]</p>
27	<p>Si ripeta la costruzione del problema precedente, ma in questo caso si consideri che, al variare di α, vari anche la lunghezza di OA in maniera tale che l'area del rettangolo si mantenga costante. A che valore tende il perimetro di $ABCD$ al tendere di α a 180°? E al tendere di α a 0°?</p> <p style="text-align: right;">[$+\infty$; $+\infty$]</p>
28	<p>Si considerino tre punti A, B, C allineati in quest'ordine, con $AB < BC$. Dette l ed l' le lunghezze dei segmenti AB ed BC, si tracci una circonferenza Γ centrata in B di raggio $r < l$, e si costruiscano le tangenti ad essa passanti per A e C. Dall'intersezione di queste quattro rette si genera un quadrilatero; a che valore tende il suo perimetro al tendere di r a 0?</p> <p style="text-align: right;">[$2(l + l')$]</p>
29	<p>Nella stessa situazione del problema precedente, posto $l = 1, l' = 2$, a che valore tende l'area del quadrilatero al tendere di r a 1?</p> <p style="text-align: right;">[$2\sqrt{3}$]</p>
30	<p>Si considerino due rette perpendicolari e sia O il loro punto d'intersezione; si prendano poi quattro punti distinti A, C su di una retta e B e D sull'altra in modo che $AO = OC$ e $BO = OD$. A che valore tende il rapporto tra il perimetro e l'area del quadrilatero $ABCD$ al tendere di AO a $+\infty$, se BO è costante? E se $BO = \frac{1}{AO}$?</p> <p style="text-align: right;">[$\frac{2}{BO}$; $+\infty$]</p>

31	<p>Si considerino le due semicirconferenze di raggio 1 centrate in $A(-1; 0)$ e $B(1; 0)$, situate rispettivamente nel secondo e nel primo quadrante; esse formano una curva continua Γ. Detto P un punto variabile su Γ, si consideri il coefficiente angolare m della retta per O e P. A che valore tende m al tendere dell'ascissa di P a 0^-, a 0^+, a -2^-, a $+2^+$?</p>	$[-\infty; +\infty; 0; 0]$
32	<p>Nel problema precedente, si consideri invece la semicirconferenza centrata in A situata nel terzo quadrante. A che valore tende m al tendere dell'ascissa di P a 0^- e a -2^+?</p>	$[+\infty; 0]$
33	<p>Dato un numero reale $x > 0$, si considerino due circonferenze concentriche Γ e Γ' di raggi rispettivamente $\frac{x}{x+2}$ e $\frac{x}{x+1}$. A che valore tende l'area della corona circolare formata da Γ e Γ' al tendere di x a $+\infty$?</p>	$[0]$
34	<p>Si riconsideri il problema precedente, ma questa volta sia $x > 1$ e i raggi di Γ e Γ' siano dati da $\sqrt{x^2 - 1}$ e $\sqrt{x^2 + 1}$. A che valore tende l'area della corona circolare se x tende a $+\infty$? A che valore tende invece la differenza dei raggi se x tende a $+\infty$?</p>	$[2\pi; 0]$
35	<p>Si considerino tutti i triangoli isosceli di fissata area 1. A che valore tende il perimetro quando la lunghezza della base tende a 0 e quando l'ampiezza dell'angolo al vertice a tendere a 0?</p>	$[+\infty; +\infty]$

36	<p>Si considerino due punti A e B su una retta r e le perpendicolari a r passanti per A e per B. Si disegnino dalla stessa parte di r due semicirconferenze esternamente tangenti nel punto C centrate in A e B rispettivamente, e si chiamino A' e B' le intersezioni di dette semicirconferenze con le perpendicolari ad r. Se $AB = 1$, a che valore tende l'area del trapezio rettangolo $ABB'A'$ al tendere di C ad A?</p>	$\left[\frac{1}{2}\right]$
37	<p>Si considerino due rette parallele r ed s e un punto A su r; si conduca la retta t passante per A e formante con r un angolo acuto α, che interseca s in un punto B. Si disegni infine la perpendicolare a s passante per B, e si chiami C il suo punto d'intersezione con r. A che valore tende l'area del triangolo ABC al tendere di α a 0? E al tendere di α a $\frac{\pi}{2}$?</p>	$[+\infty; 0]$
38	<p>Si considerino due circonferenze tangenti internamente in un sol punto, una con il diametro lungo il doppio dell'altra: in questo modo, esse formano una lunula. A che valore tende l'area della lunula al tendere a $+\infty$ del raggio della circonferenza minore? E il perimetro della lunula? E il rapporto del suo perimetro e della sua area?</p>	$[+\infty, +\infty, 0]$
39	<p>Data la funzione $f(x) = \frac{\cos x}{x}$, si considerino gli angoli $A\hat{B}C$ con $A(x-1, 0)$, $B(x+1, 0)$ e $C(x, f(x))$. A che valore tende l'ampiezza di $A\hat{B}C$ al tendere di x a 0? E quando invece x tende a $+\infty$?</p>	$\left[\frac{\pi}{2}; 0\right]$
40	<p>Data la funzione $y = x + e^{-x}$, si considerino le circonferenze con centro $C(x; y)$ e tangenti alla bisettrice del primo e terzo quadrante. A che valore tende la loro area al tendere di x a $+\infty$? E a $-\infty$?</p>	$[0; +\infty]$

41	<p>Dato $k > 1$, si consideri il trapezio rettangolo delimitato dalle rette $x = k$, $x = k + \frac{1}{k}$, $y = 0$ e dal segmento congiungente i punti d'intersezione delle prime due rette con il grafico della funzione logaritmo naturale. A che valore tende l'area del trapezio al tendere di k a $+\infty$?</p> <p style="text-align: right;">[0]</p>
42	<p>Data la funzione $f(x) = e^{-x^2}$ e $k \geq 0$, si considerino tutti i rettangoli delimitati dalle rette $x = k$, $x = -k$, $y = 0$ e dal segmento congiungente i punti d'intersezione delle prime due rette con il grafico di $f(x)$. A che valore tende l'area del rettangolo al tendere di k a 0? E se k tende a $+\infty$?</p> <p style="text-align: right;">[0; 0]</p>
43	<p>Si consideri la funzione $f(x) = x(\sin \pi x + 1)$; a che valore tende l'area del cerchio con centro nel punto $C(x, 0)$ e raggio $f(x)$ al tendere di x a 0?</p> <p style="text-align: right;">[0]</p>
44	<p>Si consideri un'ellisse centrata nell'origine con i semiassi lunghi rispettivamente k e $\frac{1}{k}$, con $k > 0$. Se l'area dell'ellisse si calcola secondo la formula $A = \pi ab$ ed il suo perimetro con $P = \pi(a + b)$, a che valori tendono area e perimetro al tendere di k a 0? E al tendere di k a $+\infty$?</p> <p style="text-align: right;">[π; $+\infty$]</p>
45	<p>Si consideri l'equazione $x^2 + \frac{y^2}{\operatorname{arctg} k} = 1$.</p> <p>Di che conica si tratta al tendere di K a $+\infty$ e a $+\infty$?</p> <p style="text-align: right;">[ellisse; iperbole]</p>
46	<p>Si consideri l'equazione $xy = k$, al variare di k nell'insieme dei numeri reali. Che cosa rappresenta l'equazione per tutte le $k \neq 0$?</p> <p>Che cosa succede se k tende a 0?</p> <p style="text-align: right;">[un'iperbole equilatera per $k \neq 0$; gli assi coordinati per $k = 0$]</p>

problemi più impegnativi

47	<p>Si consideri un rombo ABCD e si indichi con O l'intersezione delle diagonali AC e BD. Dato $x \in \mathbb{R}^+$, sia $\sin x$ la misura di AC e $\frac{2}{x}$ quella di BD. A che valore tende l'area del rombo al tendere di x a $+\infty$? E se x tendesse a 0^+? E se x tendesse a $k\pi$, con $k \in \mathbb{Z} - \{0\}$?</p>	[0; 1; 0]
48	<p>Nella stessa situazione del problema precedente, a che valore tende il perimetro del rombo negli stessi tre casi?</p>	[nel primo caso è oscillante tra 0 e 2; $+\infty$; $\frac{4}{k\pi}$]
49	<p>Si considerino ancora un x reale maggiore di 0 e due circonferenze concentriche Γ e Γ' di raggi rispettivamente $\frac{x+2}{x+1}$ e $\frac{2x}{x+4}$. A che valore tende l'area della corona circolare se x tende a 0^+? E se x tende a $+\infty$? Che cosa succede in corrispondenza del valore $x = 2(1 + \sqrt{3})$?</p>	[4π ; 3π ; 0]
50	<p>Dati due cerchi di raggio $r \geq 1$ con i centri che distano 2, si consideri l'area della loro intersezione: a che valore tende quando r tende a 1?</p>	[0]
51	<p>Si consideri una semicirconferenza di diametro AB di lunghezza 1. Si tracci l'asse di AB e su di esso, dalla parte opposta alla semicirconferenza, si prenda un punto C a distanza x dal punto medio di AB. Si disegni poi l'arco minore AB della circonferenza di centro C (la figura a forma di luna delimitata dai due archi AB è detta appunto <i>lunula</i>). A che valore tende l'area della lunula al tendere di x a 0?</p>	[0]

52	<p>Si consideri la parte di grafico della funzione $y = -\cot x$ compresa in $(0; \pi)$ e la parte di grafico della sua opposta cioè $y = \cot x$ compresa in $(-\pi; 0)$. Intersecando le due curve con le rette $y = k$ e $y = k + 1$, si trovano quattro punti che formano un trapezio. A che valore tende l'area del trapezio al tendere di k a $+\infty$? E al tendere di k a $-\infty$?</p> <p style="text-align: right;">[0; 2π]</p>
53	<p>Si consideri la funzione $y = \frac{2-2\cos k}{k^2}x^2 + \frac{2\sin k}{k}x + \left(\frac{1}{k} + 1\right)^k$. Che cosa rappresenta al tendere di k a 0? E al tendere di k a $+\infty$?</p> <p style="text-align: right;">[parabola: $y = x^2 + 2x + 1$; retta $y = e$]</p>
54	<p>Si consideri l'equazione $(\cos k\pi)x^2 + (\sin k\pi)y^2 = 1$; che cosa rappresenta al variare di $k \in [0, 2)$?</p> <p style="text-align: center;"> $\left[\begin{array}{l} \text{rappresenta un'ellisse per } k \in \left(0, \frac{1}{2}\right); \text{ un'iperbole per } k \in \left(\frac{1}{2}, 1\right) \cup \left(\frac{3}{2}, 2\right) \\ \text{nulla per } k \in \left[1, \frac{3}{2}\right]; \text{ degenera in una coppia di rette parallele per } k = 0 \text{ e } k = \frac{1}{2} \end{array} \right]$ </p>
55	<p>Si consideri la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 2x = 0$ ed un punto P mobile sul semiasse positivo delle ascisse; da P si conducano le tangenti alla circonferenza data e si consideri l'angolo in P compreso tra dette tangenti: come cambia la sua ampiezza al tendere di OP a 0? E al tendere di OP a $+\infty$?</p> <p style="text-align: right;">[π; 0]</p>
56	<p>Nella stessa situazione del problema precedente, detti A e B i punti di tangenza, a che valori tende la lunghezza della corda AB? E l'area del triangolo ABO?</p> <p style="text-align: right;">[lunghezza corda: 0; 2. Area del triangolo: 0; 0]</p>
57	<p>Si consideri la retta $y = 1$; essa divide tutte le circonferenze centrate nell'origine con raggio $r \geq 1$ in due parti di area diversa. Qual è il rapporto di queste due aree al tendere di r a $+\infty$?</p> <p style="text-align: right;">[1]</p>

58	<p>In un sistema di assi cartesiani si consideri la circonferenza Γ di equazione $x^2 + y^2 - 2y = 0$ e si chiamino rispettivamente C il suo centro ed A il suo punto di ascissa $\frac{\sqrt{3}}{2}$ con ordinata minore; si consideri inoltre un punto B variabile su Γ. A che valore tende l'ampiezza dell'angolo \widehat{ABO} al tendere di B ad O da sinistra? E al tendere di B ad O da destra?</p>	$\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$
59	<p>In un sistema di assi cartesiani xOy si consideri la circonferenza Γ di equazione $x^2 + y^2 - 2y = 0$ e siano inoltre $A(2; 0)$ e $B(-2; 0)$; sia P un punto variabile su Γ e α l'angolo \widehat{AOP}. A che valore tende il perimetro del triangolo PAB al tendere di α a 90°? E al tendere di α a 0° e 180°?</p>	$[4(1 + \sqrt{2}); 8]$
60	<p>Si considerino tutti i rombi di fissata area 1. A che valore tende la somma delle diagonali se l'area della circonferenza inscritta nel rombo tende a 0?</p>	$[+\infty]$