Problemi sulla sezione aurea

1	Dimostra che il lato del pentagono regolare è la sezione aurea della diagonale.
2	Dimostra che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio di raggio dato è congruente alla sezione aurea del raggio.
3	Nel triangolo rettangolo ABC retto in A, il cateto AB è congruente alla sezione aurea dell'ipotenusa. Dimostra che AB è congruente alla proiezione di AC su BC.
4	Del segmento AB sia AC la sua parte aurea. Dimostra che BC è la parte aurea di AC.
5	Il segmento AB ha come parte aurea AC. Dimostra che il segmento congruente a AB+BC ha come parte aurea AB.
6	Dimostra che in un pentagono regolare il punto di intersezione tra due diagonali divide ciascuna di esse in due segmenti in rapporto aureo.
7	Dimostra che le diagonali di un pentagono regolare si dividono in parti tali che una è sezione aurea dell'altra.
8	Dimostra che la diagonale di un pentagono regolare è congruente alla somma del lato del pentagono con la sezione aurea del lato stesso.
9	Dimostra che il lato di un decagono regolare è sezione aurea del raggio della circonferenza ad esso circoscritta.

10	Gli angoli alla base AB di un triangolo isoscele ABC sono il doppio dell'angolo al vertice. Sia AE la bisettrice dell'angolo $\hat{A}$. Dimostra che i triangoli ABE e ABC sono simili e che EC è la sezione aurea del lato BC.
11	Sia ABC un triangolo rettangolo in cui il cateto AC è metà del cateto AB. Costruisci la sezione aurea del cateto AB e dimostra che essa è congruente alla differenza tra l'ipotenusa e il cateto AC.
12	Sulla tangente in T a una circonferenza di centro O e diametro AT, considera un punto P tale che $PT \cong AT$ e da P conduci la secante che passa per il centro della circonferenza. Costruisci la sezione aurea del segmento di tangenza e dimostra che esso è congruente alla parte esterna della secante.
13	Sia ABC un triangolo rettangolo. Sapendo che il cateto maggiore AC è medio proporzionale tra il cateto minore e l'ipotenusa BC, indicata con AH l'altezza relativa all'ipotenusa, dimostra che CH è la sezione aurea di BC.
14	Se in un triangolo isoscele la base è la sezione aurea del lato, allora l'angolo al vertice è un $\frac{1}{5}$ dell'angolo piatto, ovvero, la base è il lato del decagono regolare inscritto nel cerchio che ha come raggio il lato. Dimostralo.
15	Dimostra che in un triangolo isoscele, se gli angoli alla base misurano 72° la base è uguale alla sezione aurea del lato e che, se invece, misurano 36°, il lato è uguale alla sezione aurea della base.
16	Dimostra che in un triangolo isoscele ABC di base BC e con angolo al vertice di 108°, il lato è la sezione aurea della base.
17	I lati del pentagono regolare, dell'esagono regolare, del decagono regolare inscritti in una stessa circonferenza sono nell'ordine ipotenusa e cateti di un triangolo rettangolo. Dimostralo.

18	In un triangolo isoscele ABC la base e l'altezza sono congruenti. Dimostra che la sezione aurea dell'altezza è congruente alla differenza tra il lato obliquo e metà della base.
19	E' dato il triangolo rettangolo ABC retto in A; la circonferenza di diametro AB (>AC), interseca ulteriormente l'ipotenusa BC in R tale che AC ≅ BR. Dimostra che BR è la parte aurea di AB. Inversamente dimostra che se BR è parte aurea di BC allora AC ≅ BR.
20	Nel trapezio ABCD rettangolo in A e B la base minore BC è la parte aurea di AD. Sapendo che la diagonale AC è perpendicolare al lato obliquo, dimostra che CD≅BC.
21	E' dato il triangolo rettangolo ABC retto in A. Il punto P sull'ipotenusa BC è tale che PC≅AB e la parallela ad AB condotta da P incontra AC in E. Supposto che BP≅PE, dimostra che PC è la parte aurea di BC.
22	Nel triangolo rettangolo ABC retto in A, sia H la proiezione del vertice A sull'ipotenusa BC e sia HP la distanza del punto H da AC. Sapendo che BH ≅ HP, dimostra che AB è la parte aurea di BC.
23	Dimostra che, se in un triangolo rettangolo un cateto è congruente alla proiezione dell'altro cateto sull'ipotenusa, il primo cateto è congruente alla sezione aurea dell'ipotenusa.
24	In un triangolo isoscele ABC di base BC, la bisettrice BD dell'angolo $\hat{B}$ determina un triangolo BDC simile ad ABC. Dimostra che AD è sezione aurea di AC.

25	Dato un segmento AB, costruisci la sua sezione aurea AQ. Dimostra che il quadrato costruito su AQ è equivalente alla somma fra il quadrato costruito su QB e il rettangolo di lati AQ e QB.
26	Dimostra che, se da un rettangolo aureo si sottrae il quadrato di lato uguale al lato minore del rettangolo, si ottiene un rettangolo aureo.
27	È dato un triangolo isoscele tale che il suo angolo al vertice è congruente alla metà di ciascun angolo alla base. Dimostra che la base del triangolo è la sezione aurea del lato del triangolo.
28	Sia ABCDE un pentagono regolare; le diagonali AD e BD tagliano il segmento EC in tre parti. Dimostra che quella centrale è la sezione aurea di ciascuna delle due laterali, che infatti sono uguali.
29	Il triangolo isoscele ABC ha l'angolo al vertice A congruente ai 3/5 dell'angolo piatto. Dimostra che il lato AB è la sezione aurea della base BC.
30	Il triangolo rettangolo ABC retto in A ha altezza AH, e inoltre è tale che il cateto AB ≅ HC. Dimostra che HC è la sezione aurea di BC; inversamente se HC è sezione aurea dell'ipotenusa BC, dimostra che HC ≅ AB.
31	Nel triangolo ABC, il lato AB è la sezione aurea di BC e AC è medio proporzionale tra AB e BC. Dimostra che il triangolo è rettangolo in A.
32	Nel triangolo rettangolo ABC, retto in C, il cateto AC è sezione aurea dell'ipotenusa. Prolungato AC di un segmento CD≅AB, dimostra che il triangolo ACD è rettangolo.
33	In un triangolo rettangolo ABC il cateto AB è lungo il doppio del cateto AC. Si prenda sull'ipotenusa BC il punto D tale che $CD = CA$. Sapendo che la bisettrice CE del triangolo è lunga $a\sqrt{5-\sqrt{5}}$, dove a è una lunghezza assegnata, calcola la lunghezza del segmento BD. Dimostra poi che BD è sezione aurea di AB.