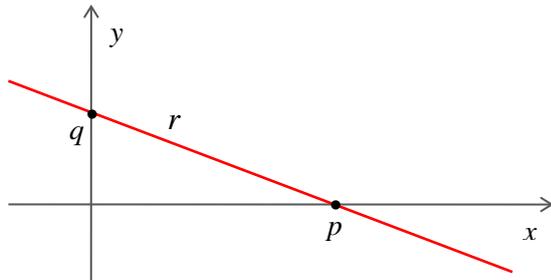
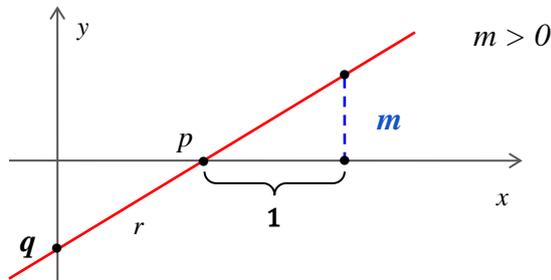
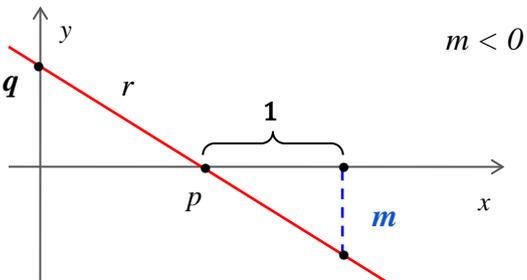


Geometria analitica: la retta

equazione della retta		
	$ax + by + c = 0$	forma implicita
	$y = mx + q$	forma esplicita
	$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$	forma segmentaria

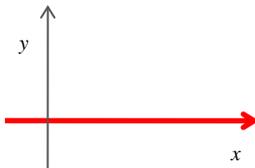
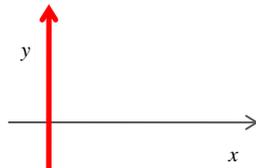
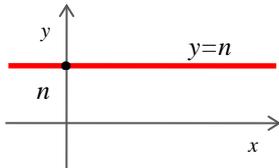
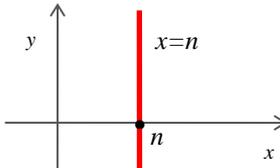
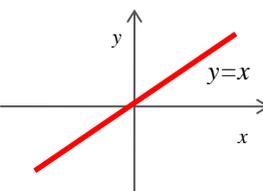
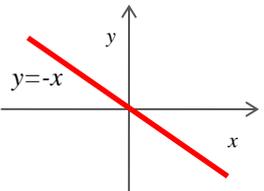
nella forma esplicita	nella forma segmentaria
<ul style="list-style-type: none"> m è detto coefficiente angolare $m = -\frac{a}{b}$ q è il punto di intersezione tra la retta e l'asse y $q = -\frac{c}{b}$ 	<ul style="list-style-type: none"> p è il punto di intersezione tra la retta e l'asse x q è il punto di intersezione tra la retta e l'asse y

significato geometrico di m di p e di q

	
--	---

il coefficiente angolare m è l'ordinata del punto che ha distanza di 1 unità dal punto P di intersezione di r con l'asse x

rette particolari

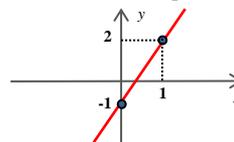
	equazione asse x $y = 0$		equazione asse y $x = 0$
	equazione retta parallela all'asse x $y = n$		equazione retta parallela all'asse y $x = n$
	equazione della bisettrice del I e III quadrante $y = x$		equazione della bisettrice del II e IV quadrante $y = -x$



Per disegnare una retta basta trovare le coordinate di almeno due punti e congiungerli. Le coordinate di un punto si trovano assegnando alla x un valore a piacere e calcolando la corrispondente y

Disegniamo ad esempio la retta
 $y = 3x - 1$

x	y
0	-1
1	2



Geometria analitica: la retta

ricerca dell'equazione di una retta		
$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$		formula per trovare il coefficiente angolare della retta passante per due punti $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$
$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$		formula per trovare l'equazione della retta passante per due punti $A(x_1, y_1) B(x_2, y_2)$
$y - y_0 = m(x - x_0)$		formula per trovare l'equazione della retta noto un punto $P_0(x_0, y_0)$ ed il coefficiente angolare m equazione del fascio di rette

per trovare l'equazione di una retta passante per due punti $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ si può anche:

- calcolare il coefficiente angolare m_{AB} con la formula precedente
- utilizzare la formula dell'equazione del fascio di rette sostituendo ad m il valore m_{AB} ed a x_0, y_0 le coordinate di uno qualsiasi dei due punti A o B

condizione di parallelismo e perpendicolarità tra due rette			
	$m_r = m_s$		$m_r = -\frac{1}{m_s}$
due rette parallele hanno i coefficienti angolari uguali		due rette perpendicolari hanno i coefficienti angolari antireciproci	

punto e retta

ricerca del punto P_0 di intersezione di due rette non parallele

per trovare le coordinate del punto $P_0(x_0, y_0)$ di intersezione di due rette r ed s non parallele:

- si mettono a sistema le equazioni delle due rette $\begin{cases} r \\ s \end{cases}$
- si risolve il sistema
- le soluzioni x_0, y_0 del sistema rappresentano le coordinate del punto di intersezione P_0

condizione di appartenenza di un punto $P_0(x_0, y_0)$ ad una retta

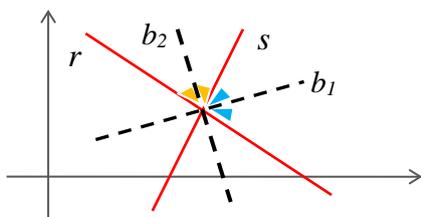
per verificare se un punto $P_0(x_0, y_0)$ appartiene ad una retta:

- si sostituiscono le coordinate x_0, y_0 del punto alla x e alla y nell'equazione della retta
- si sviluppano i calcoli
- se si ottiene una identità, il punto appartiene alla retta

distanza di un punto $P_0(x_0, y_0)$ da una retta r		
	$d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	formula con l'equazione della retta in forma implicita $ax + by + c = 0$
	$d = \frac{ y_0 - mx_0 - q }{\sqrt{m^2 + 1}}$	formula con l'equazione della retta in forma esplicita $y = mx + q$

Geometria analitica: la retta

equazione delle bisettrici degli angoli formati da due rette r ed s (non parallele)



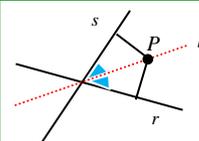
note le equazioni delle rette r ed s in forma implicita
 $r: a_1x + b_1y + c_1$ ed $s: a_2x + b_2y + c_2$

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

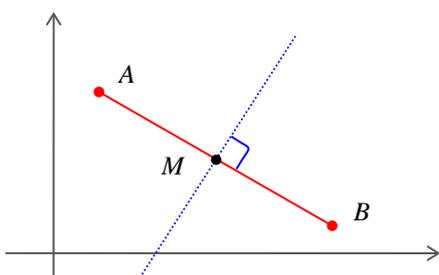
qualunque siano gli angoli formati dalle due rette, le bisettrici sono sempre perpendicolari tra loro



la bisettrice di un angolo è l'insieme dei punti del piano equidistanti dai lati. Sfruttando questa sua proprietà si può trovare l'equazione delle bisettrici ponendo $P_r = P_s$.
 Calcolando le distanze e sviluppando i calcoli si ottengono le equazioni delle bisettrici.



equazione dell'asse di un segmento AB

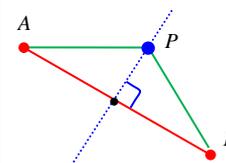


per trovare l'equazione dell'asse di un segmento AB noti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$:

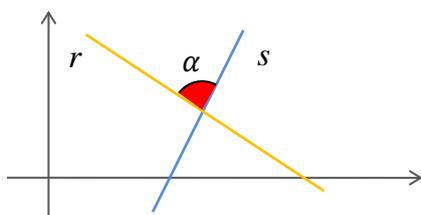
- si calcola il punto medio $M(x_M, y_M)$ del segmento AB
- si calcola il coefficiente angolare m_{AB} del segmento AB
- si ricava il coefficiente angolare dell'asse (è perpendicolare ad AB) $m_{ASSE} = -1/m_{AB}$
- nell'equazione del fascio $y - y_0 = m(x - x_0)$, si sostituisce ad m il valore m_{ASSE} e alle coordinate x_0, y_0 quelle del punto medio x_M, y_M ottenendo così l'equazione dell'asse



l'asse di un segmento è il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti dagli estremi. Sfruttando questa sua proprietà si può trovare l'equazione dell'asse ponendo $PA = PB$.
 Calcolando le distanze e sviluppando i calcoli si ottiene l'equazione dell'asse del segmento



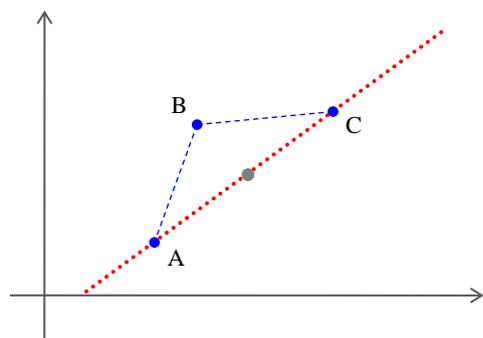
tangente dell'angolo formato da due rette



la tangente dell'angolo α formato da due rette non parallele r ed s di coefficiente angolare m_r ed m_s è dato dalla formula:

$$tg \alpha = \frac{m_r - m_s}{1 + m_r m_s}$$

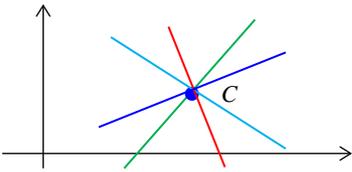
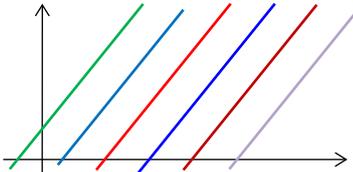
allineamento di tre punti A, B, C



per verificare se tre punti A, B, C sono allineati cioè se appartengono alla stessa retta si può:

- ricavare m_{AB} ed m_{BC} , e verificare che $m_{AB} = m_{BC}$
- trovare l'equazione della retta passante per A e C e verificare che B appartiene alla retta AC
- calcolare l'area del triangolo di vertici ABC e verificare che sia uguale a zero
- trovare le equazioni delle rette passanti per A e B e per A e C, e verificare che queste sono uguali
- trovare l'equazione della retta passante per A e C e verificare che la distanza di B da tale retta è zero
- verificare che la somma delle distanze AB e BC è uguale alla distanza AC cioè $AB + BC = AC$

Geometria analitica: la retta

fasci di rette	
Un <i>fascio di rette</i> è l'insieme delle rette del piano aventi in comune un punto oppure una direzione	
tipi di fasci	
fascio proprio	fascio improprio
	
è l'insieme delle rette del piano passanti per uno stesso punto C detto <i>centro del fascio</i>	è l'insieme delle rette del piano aventi una direzione comune, cioè aventi lo stesso coefficiente angolare

come si presenta l'equazione di un fascio	
l'equazione di un fascio di rette si presenta come quella di una retta (generalmente in forma implicita) nella quale compare, oltre alle incognite x ed y , almeno una volta anche un'altra lettera ($k, h, t, m, p \dots$) detta <i>parametro</i>	
Esempio: $2kx - 3y + 5 = 0$	$3(2t - 1)x + (2t - 1)y + 3t - 5 = 0$

classificazione di un fascio di rette	
data l'equazione del fascio, per classificarlo bisogna:	
<ul style="list-style-type: none"> calcolare il coefficiente angolare $m = -\frac{a}{b}$ 	<ul style="list-style-type: none"> se m contiene il parametro k il fascio è proprio se il parametro si semplifica, il fascio è improprio
esempio per un fascio di rette proprio	esempio per un fascio di rette improprio
$2kx - (3k - 1)y - 5 = 0 \rightarrow m = \frac{2k}{(3k - 1)}$	$3(2k - 1)x + (2k - 1)y + 3 = 0 \rightarrow m = -3 \frac{(2k - 1)}{(2k - 1)} = -3$

rette generatrici di un fascio	
<ul style="list-style-type: none"> le rette generatrici di un fascio sono le rette che danno origine al fascio e sono sempre due nel caso di fascio proprio le rette generatrici sono <i>incidenti</i> nel caso di fascio improprio le rette generatrici sono <i>parallele</i> 	
ricerca delle equazioni delle rette generatrici di un fascio	
$(3k + 1)x - (k - 1)y - 5k - 3 = 0$	<ul style="list-style-type: none"> dato il fascio di rette, si sviluppano i calcoli
$k(3x - y - 5) + x + y - 3 = 0$	<ul style="list-style-type: none"> si raccoglie a fattor comune il parametro k
$\underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{retta all'infinito}} \quad \underbrace{\hspace{2cm}}_{\text{retta per } k=0}$	<ul style="list-style-type: none"> le due parti così ottenute rappresentano le equazioni delle rette generatrici del fascio

ricerca del centro $C(x_0, y_0)$ di un fascio proprio di rette	
$\begin{cases} \text{equazione di } r \\ \text{equazione di } s \end{cases} \rightarrow x_0, y_0 \rightarrow C(x_0, y_0)$	<ul style="list-style-type: none"> si mettono a sistema le equazioni delle due rette generatrici o di due generiche rette del fascio le soluzioni del sistema rappresentano le coordinate del centro del fascio $C(x_0, y_0)$

come scrivere l'equazione di un fascio di rette	
$kr + s = 0$	equazione del fascio di rette date le due rette generatrici r ed s
$y - y_0 = m(x - x_0)$	equazione del fascio di rette proprio noto il centro $C(x_0, y_0)$
$y = mx + q$	equazione del fascio di rette improprio noto il coefficiente angolare m