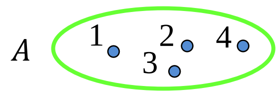
Insiemi

definizione

l'insieme è un concetto primitivo che si accetta come intuitivamente noto;

secondo Georg Cantor, il padre della teoria degli insiemi, "per insieme si intende un raggruppamento, concepito come un tutto, di oggetti ben distinti, cioè di oggetti che non si ripetono, della nostra intuizione o del nostro pensiero"

rappresentazione

per elencazione	per caratteristica	grafica (o di Eulero-Venn)
gli elementi dell'insieme sono indicati tra parentesi graffe	si descrivono le caratteristiche degli elementi dell'insieme	si usano delle linee chiuse che contengono gli elementi dell'insieme
$A = \{\ 1, 2, 3, 4\ \}$	$A = \{\ x\ /x \in N, 1 \leq x \leq 4\}$	

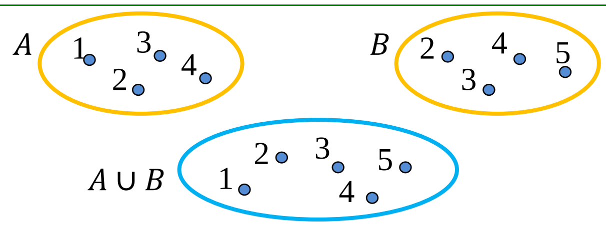
operazioni tra insiemi

unione $A \cup B$

l'**unione** tra due o più insiemi è l'insieme formato dagli elementi che appartengono al primo **o** al secondo insieme

$A = \{\ 1, 2, 3, 4\ \}$ $\qquad B = \{\ 2, 3, 4, 5\ \}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

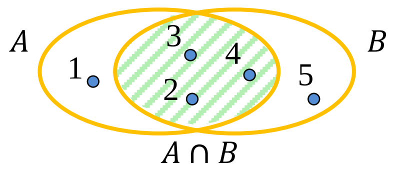


intersezione $A \cap B$

l'**intersezione** tra due o più insiemi è l'insieme formato dagli elementi che appartengono al primo **e** al secondo insieme, cioè dagli elementi comuni. Se gli insiemi non hanno elementi comuni si dicono **disgiunti**

$A = \{\ 1, 2, 3, 4\ \}$ $\qquad B = \{\ 2, 3, 4, 5\ \}$

$A \cap B = \{2, 3, 4\}$



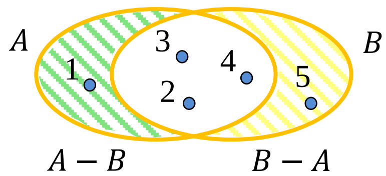
differenza $A - B$

la **differenza** tra due insiemi è l'insieme formato dagli elementi che appartengono al primo insieme **esclusi** quelli che appartengono **al** secondo insieme

$A = \{\ 1, 2, 3, 4\ \}$ $\qquad B = \{\ 2, 3, 4, 5\ \}$

$A - B = \{1\}$

$B - A = \{5\}$



insieme complementare $\bar{I}$ o complemento

l'**insieme complementare** di un insieme rispetto ad un altro che lo contiene è l'insieme differenza dei due

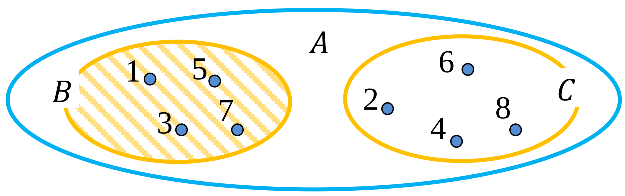
$A = \{\ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\ \}$

$B = \{\ 1, 3, 5, 7\ \}$ $\qquad C = \{\ 2, 4, 6, 8\ \}$

il complementare di C rispetto ad A si indica con $\bar{C}$ ed è uguale a:

$\bar{C} = A - C = B$

Analogamente: $\bar{B} = A - B = C$



Insiemi

prodotto cartesiano tra due insiemi $\boldsymbol{A \times B}$

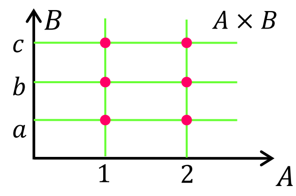
il **prodotto cartesiano** tra due insiemi è l'insieme di tutte le possibili **coppie ordinate** in cui il primo elemento appartiene al primo insieme e il secondo elemento al secondo insieme

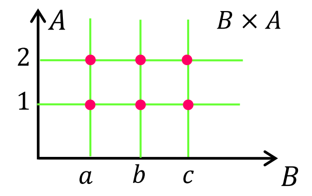
$A = \{\ 1, 2\ \}$ $\qquad B = \{a, b, c\}$

$A \times B = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\}$

$B \times A = \{(a, 1), (b, 1), (c, 1), (a, 2), (b, 2), (c, 2)\}$

⚠ il prodotto cartesiano NON è commutativo



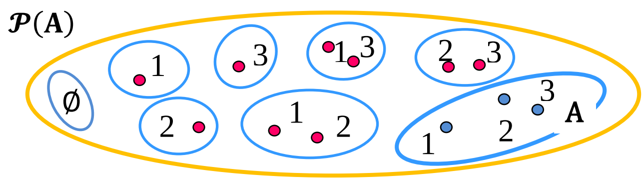


insieme delle parti di un insieme $\mathcal{P}(\mathbf{A})$

l'**insieme delle parti** di un insieme è l'insieme formato da tutti i possibili sottoinsiemi dell'insieme dato

$A = \{\ 1, 2, 3\ \}$

$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, A\}$



se l'insieme A è formato da n elementi, l'insieme delle parti $\mathcal{P}(A)$ è formato da $\mathbf{2^n}$ elementi.
Nell'esempio precedente A è formato da 3 elementi e quindi $\mathcal{P}(A)$ è formato da $2^3 = 8$ elementi

partizione di un insieme

la **partizione** di un insieme è l'insieme formato da suoi sottoinsiemi (o *parti*) che verificano le seguenti 3 proprietà:

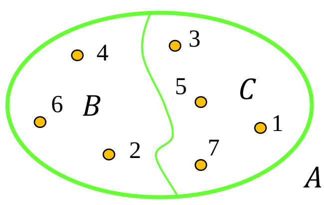
- nessuna delle parti è vuota
- le parti sono a due a due disgiunte, cioè non hanno elementi in comune
- l'unione delle parti è uguale all'insieme iniziale

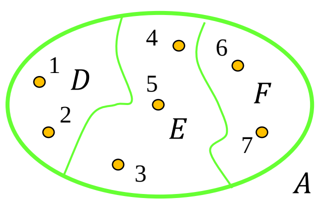
$A = \{\ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\ \}$

i sottoinsiemi $B = \{2, 4, 6\}$ e $C = \{\ 1, 3, 5, 7\ \}$

oppure $D = \{1,2\}$ $\quad E = \{3, 4, 5\}$ $\quad F = \{6, 7\}$

rappresentano due diverse partizioni di A





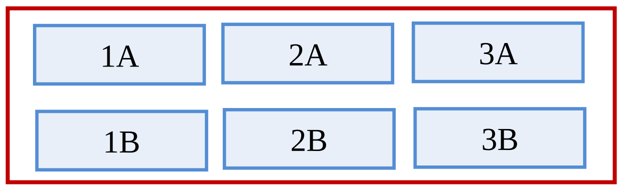
$S = \{\ \textit{insieme studenti di una scuola}\ \}$

consideriamo l'insieme delle classi della scuola

$\{1A\}, \{2A\}, \{3A\}, \{1B\}, \{2B\}, \{3B\}$

tale insieme costituisce una partizione dell'insieme S perché soddisfa le tre proprietà della definizione

Scuola



relazioni di De Morgan

I relazione	II relazione
$\overline{\boldsymbol{A \cup B}} = \overline{\boldsymbol{A}} \cap \overline{\boldsymbol{B}}$	$\overline{\boldsymbol{A \cap B}} = \overline{\boldsymbol{A}} \cup \overline{\boldsymbol{B}}$
il complemento dell'unione di due insiemi è uguale all'intersezione dei complementi degli insiemi	il complemento dell'intersezione di due insiemi è uguale all'unione dei complementi degli insiemi

Insiemi

I complementi sono considerati rispetto ad un terzo insieme (detto insieme *Universo*) che contiene A e B