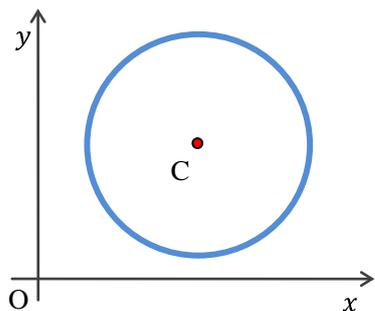


Equazione della circonferenza

enunciato

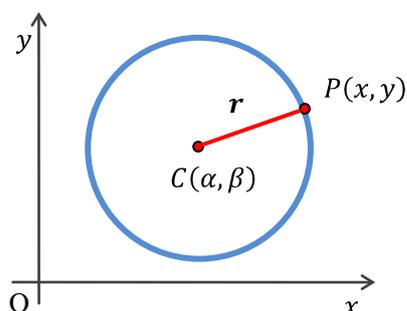


Nel piano cartesiano la circonferenza è rappresentata dalla seguente equazione:

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

dimostrazione

Ricordiamo la definizione geometrica di circonferenza: la circonferenza è il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto centro



indichiamo con C il centro di coordinate $C(\alpha, \beta)$, con P un punto generico di coordinate $P(x, y)$ e con r il raggio della circonferenza

$$\overline{PC} = r$$

scriviamo la definizione di circonferenza in forma algebrica

$$\overline{PC} = \sqrt{(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2}$$

applichiamo la formula della distanza tra due punti al segmento PC

$$\sqrt{(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2} = r$$

sostituiamo l'espressione alla definizione di circonferenza

$$\left(\sqrt{(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2}\right)^2 = (r)^2$$

eleviamo al quadrato il primo e il secondo membro

$$x^2 + y^2 - 2\alpha x - 2\beta y + \alpha^2 + \beta^2 = r^2$$

svolgiamo i calcoli ed ordiniamo l'equazione in base all'ordine decrescente del grado

$$x^2 + y^2 - 2\alpha x - 2\beta y + \alpha^2 + \beta^2 - r^2 = 0$$

portiamo r^2 al primo membro

$$-2\alpha = a$$

$$-2\beta = b$$

$$\alpha^2 + \beta^2 - r^2 = c$$

facendo le posizioni indicate

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

si ottiene l'equazione della circonferenza