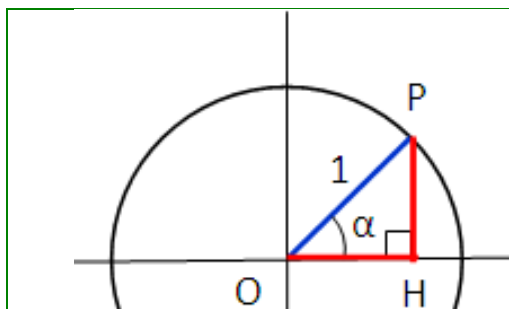


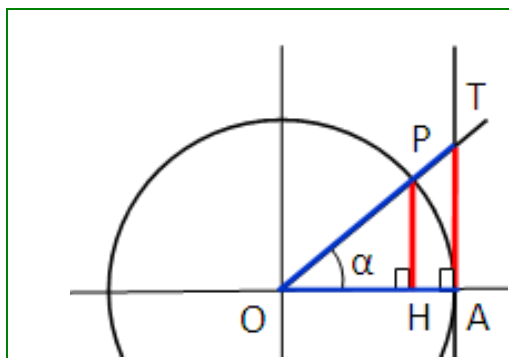
Le cinque relazioni fondamentali

dimostrazioni



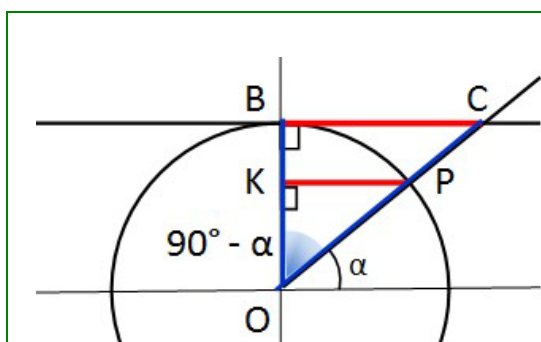
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

- si considera il triangolo rettangolo POH
- si applica il teorema di Pitagora: $PH^2 + OH^2 = OP^2$
- dove: $PH = \sin \alpha$ $OH = \cos \alpha$ $OP = 1$
- sostituendo si ottiene la tesi



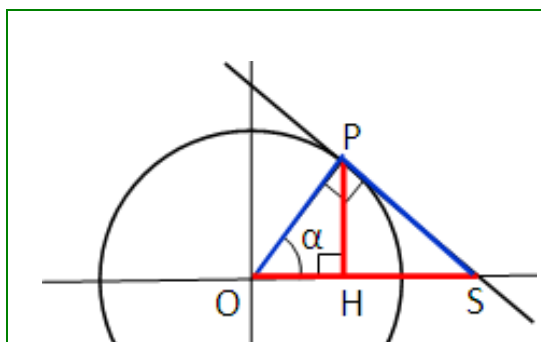
$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

- si considerano i triangoli rettangoli TOA e POH
- essi sono simili perché hanno due angoli uguali (α e l'angolo retto) e dunque hanno i lati in proporzione:
 $TA : PH = OA : OH$
- dove: $TA = \tan \alpha$ $PH = \sin \alpha$ $OA = 1$ $OH = \cos \alpha$
- sostituendo si ottiene: $\tan \alpha : \sin \alpha = 1 : \cos \alpha$ cioè la tesi



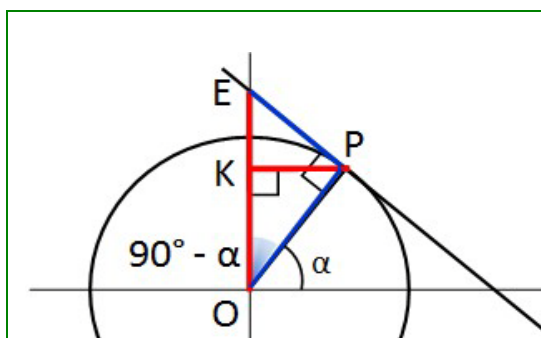
$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

- si considerano i triangoli rettangoli CBO e PKO
- essi sono simili perché hanno due angoli uguali ($90^\circ - \alpha$ e l'angolo retto) e dunque hanno i lati in proporzione:
 $BC : KP = OB : OK$
- dove: $BC = \cot \alpha$ $KP = \cos \alpha$ $OB = 1$ $OK = \sin \alpha$
- sostituendo si ottiene: $\cot \alpha : 1 = \cos \alpha : \sin \alpha$ cioè la tesi



$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

- si considerano i triangoli rettangoli POS e POH
- essi sono simili perché hanno due angoli uguali (α e l'angolo retto) e dunque hanno i lati in proporzione:
 $OS : OP = OP : OH$
- dove: $OS = \sec \alpha$ $OP = 1$ $OH = \cos \alpha$
- sostituendo si ottiene: $\sec \alpha : 1 = 1 : \cos \alpha$ cioè la tesi



$$\csc \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

- si considerano i triangoli rettangoli PEO e PKO
- essi sono simili perché hanno due angoli uguali ($90^\circ - \alpha$ e l'angolo retto) e dunque hanno i lati in proporzione:
 $OE : OP = OP : OK$
- dove: $OE = \csc \alpha$ $OP = 1$ $OK = \sin \alpha$
- sostituendo si ottiene: $\csc \alpha : 1 = 1 : \sin \alpha$ cioè la tesi