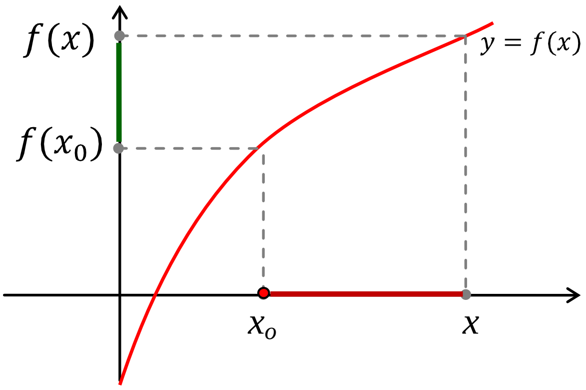
Teorema sulla relazione tra derivabilità e continuità

enunciato	
	Se una funzione $f(x)$ è derivabile in un punto x_0 allora essa è ivi anche continua
	Hp: $f(x)$ è una funzione derivabile in x_0 cioè: $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$ con $f'(x_0)$ che esiste ed è finito Th: $f(x)$ è una funzione continua in x_0, cioè: $\boldsymbol{\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)}$

dimostrazione

$f(x) = f(x_0) + \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}(x - x_0)$	consideriamo la seguente identità
$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0} \left[f(x_0) + \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}(x - x_0)\right]$	calcoliamo il limite per $x \to x_0$ di entrambi i membri
$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0} f(x_0) + \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot \lim\limits_{x \to x_0} (x - x_0)$	a secondo membro applichiamo i teoremi sulla somma e sul prodotto di limiti
$\lim\limits_{x \to x_0} f(x_0) = f(x_0)$ perché $f(x_0)$ è una costante $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$ per l'ipotesi di derivabilità $\lim\limits_{x \to x_0} (x - x_0) = x_0 - x_0 = 0$	passando al calcolo dei limiti al secondo membro, si osserva che
$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot 0$	per cui si ha
$\boldsymbol{\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)}$	e quindi la tesi