

Relazione di equivalenza e relazione d'ordine

verificare che la relazione \mathcal{R} è di equivalenza		
1	\mathcal{R} : " $x - y$ è divisibile per 3" con $x, y \in \mathbb{Z}$	Si
2	\mathcal{R} : "frequentare la stessa classe"	Si
3	\mathcal{R} : "...è figlia di..."	No, non è riflessiva, non è simmetrica, non è transitiva
4	\mathcal{R} : " xy =numero dispari " con $x, y \in \mathbb{N}$	No, non è riflessiva
5	\mathcal{R} : " $x+y$ =numero pari " con $x, y \in \mathbb{N}$	Si
6	\mathcal{R} : "...è nata nello stesso anno di ..."	Si
7	\mathcal{R} : "...abita nella stessa città di..."	Si
8	\mathcal{R} : " $xy > 0$ " dato l'insieme $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$	No, non è riflessiva
9	\mathcal{R} : " x è multiplo di y " con $x, y \in \mathbb{N}_0$	No, non è simmetrica
10	\mathcal{R} : "essere perpendicolare a ..." dato l'insieme delle rette di un piano α	No, non è riflessiva, non è transitiva
11	\mathcal{R} : "essere parallela a ..." dato l'insieme delle rette di un piano α	Si
12	\mathcal{R} : " x ha le stesse soluzioni di y " dato l'insieme $A = \{x \mid x \text{ è un'equazione algebrica}\}$	Si
13	\mathcal{R} : "... non ha temperatura maggiore di ..." considerate le temperature massime registrate il 10 gennaio 2006 in alcune città italiane: Cagliari: 12°; Enna : 10°; Latina: 11°; Bari: 11°	No, non è simmetrica
14	\mathcal{R} : "avere la stessa direzione di.." dato l'insieme delle rette di un piano α	Si
15	\mathcal{R} : "... è minore o uguale a ..." dato l'insieme $B = \{3, 23, 33, 3 \cdot 11\}$	No, non è simmetrica

classi di equivalenza e insieme quoziente		
16	Consideriamo l'insieme $A = \{\text{Milano, Verona, Berlino, Londra, Lecce, Manchester}\}$ e la relazione \mathcal{R} : "essere dello stesso stato". Verificare che \mathcal{R} è una relazione di equivalenza e individuare le classi di equivalenza di A rispetto ad \mathcal{R} .	$\{\text{Milano, Verona, Lecce}\};$ $\{\text{Londra, Manchester}\}; \{\text{Berlino}\}$

Relazione di equivalenza e relazione d'ordine

17	Si consideri l'insieme $I = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{5}{5}, \frac{8}{16}, \frac{3}{4}\right\}$ e la relazione di equivalenza \mathcal{R} : "elementi aventi uguali valore". Determinare le classi di equivalenza di I rispetto ad \mathcal{R} e l'insieme quoziente.	$C(1) = \left(1, \frac{5}{5}\right);$ $C\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{8}{16}\right); C\left(\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{3}{4}\right)$ $\frac{I}{\mathcal{R}} = \left\{C(1), C\left(\frac{1}{2}\right), C\left(\frac{3}{4}\right)\right\}$
18	Dato l'insieme $B = \{\triangle, \blacktriangle, \blacktriangle, \bullet, \bullet, \bullet, \square, \blacksquare, \blacksquare\}$ e la relazione \mathcal{R} : " ... ha lo stesso colore di ... ", determinare le classi di equivalenza di B rispetto ad \mathcal{R} .	$\{\triangle, \bullet, \square\}; \{\blacktriangle, \bullet, \blacksquare\}; \{\blacktriangle, \bullet, \blacksquare\}$
19	Si consideri l'insieme $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, l\}$ degli alunni di una classe; nel compito di matematica hanno ripostato ordinatamente i voti 4,5,7,7,6,5,5,6,6,7. Data la relazione di equivalenza \mathcal{R} : " due alunni si considerano equivalenti se hanno riportato lo stesso voto", si determinino le classi di equivalenza di A rispetto ad \mathcal{R} e l'insieme quoziente.	$C(4) = \{a\}; C(5) = \{b, f, g\};$ $C(6) = \{e, h, i\};$ $C(7) = \{c, d, l\}$ $\frac{A}{\mathcal{R}} = \{C(4), C(5), C(6), C(7)\}$
20	Si consideri l'insieme $I = \{x x \in \mathbb{N}, x < 12\}$ e l'intero $c=3$. Data la relazione \mathcal{R} in I così definita: " $a\mathcal{R}b$ se, e solamente se, il resto della divisione di a per c è uguale al resto della divisione di b per c " Verificare che \mathcal{R} è di equivalenza e determinare le classi di equivalenza.	$\{0,3,6,9\}; \{1,4,7,10\}; \{2,5,8,11\}$

verificare se la seguente relazione \mathcal{R} è d'ordine

21	\mathcal{R} : "non essere più alto di"	Si
22	\mathcal{R} : "essere uguali a"	No, non è antisimmetrica
23	\mathcal{R} : " essere minore o uguale a", dato l'insieme dei numeri naturali.	Si
24	\mathcal{R} : "x simile a y", nell'insieme $C = \{x x \text{ è un triangolo del piano}\}$	No, non è antisimmetrica
25	\mathcal{R} : "a divide b" con $a, b \in \mathbb{N}$	Si
26	\mathcal{R} : "x ha la stessa area di", nell'insieme $\{x x \text{ è una figura piana}\}$	No, non è antisimmetrica
27	\mathcal{R} : " ... è interna a ...", dato l'insieme delle circonferenze di un piano	Si
28	\mathcal{R} : "x ha lo stesso colore di", nell'insieme $\{x x \text{ è un pennarello}\}$	No, non è antisimmetrica
29	\mathcal{R} : "la famiglia X abita allo stesso piano oppure ad un piano superiore della famiglia Y"	Si
30	$\mathcal{R}: \{(X, Y) \in \wp(\Omega^2) X \subseteq Y\}$, dato l'insieme universo Ω .	Si