Ellisse

completare la tabella usando i dati in grassetto					
1	*Equazione*	*Semiasse maggiore*	*Semiasse minore*	*Eccentricità*	*Centro*
2	$\left(x-\frac{7}{5}\right)^2+\left(y-\frac{7}{6}\right)^2=1$	1	$\mathbf{1}$	$\mathbf{0}$	$\boldsymbol{C\left(\frac{7}{5},\frac{7}{6}\right)}$
3	$(3x+6)^2+64y^2=4$	$\mathbf{\frac{2}{3}}$	$\mathbf{\frac{1}{4}}$	$\frac{\sqrt{55}}{8}$	$\boldsymbol{C(-2,0)}$
4	$\boldsymbol{x^2+\frac{49}{64}y^2=2x}$	$\frac{8}{7}$	1	$\frac{\sqrt{15}}{8}$	$C(1,0)$
5	$\left(2x-\frac{5}{3}\right)^2+(3y-3)^2=1$	$\mathbf{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{3}$	$\boldsymbol{\frac{\sqrt{5}}{3}}$	$\boldsymbol{C\left(\frac{5}{6},1\right)}$
6	$\boldsymbol{9x^2+y^2-12x+5y+\frac{37}{4}=0}$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$C\left(\frac{2}{3},-\frac{5}{2}\right)$
7	$\boldsymbol{x^2+16y^2+x-32y+\frac{61}{4}=0}$	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{\sqrt{15}}{4}$	$C\left(-\frac{1}{2},1\right)$
8	$\frac{(x+4)^2}{81}+\frac{1}{100}\left(y-\frac{9}{8}\right)^2=\frac{1}{49}$	$\frac{10}{7}$	$\mathbf{\frac{9}{7}}$	$\boldsymbol{\frac{\sqrt{19}}{10}}$	$\boldsymbol{C\left(-4,\frac{9}{8}\right)}$

ricerca dell'equazione dell'ellisse		
9	Determinare l'unica ellisse passante per i punti $A(-2,5), B(5,-3), C(-5,4)$ e $D(-2,-4)$. È sempre possibile determinare l'equazione di un'ellisse passante per 4 punti non allineati? Motivare la risposta.	$8x^2+21(y^2-y)=452$ *No*
10	Scrivere l'equazione dell'ellisse con eccentricità pari a $\frac{1}{5}$ e semiasse maggiore b uguale a 1	$\frac{25}{24}x^2+y^2=1$
11	Determinare per quali valori di k la seguente equazione rappresenta un'ellisse $\frac{3x^2}{(k+1)^2}+\frac{y^2}{2k}=1$ con i fuochi sull'asse x	$k>0$
12	Data l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{17}+\frac{y^2}{25}=1$, tracciarne il grafico ed individuare i semiassi, i fuochi, l'eccentricità	$a=\sqrt{17}$, $b=5$ $F(0,\pm 2\sqrt{2})$, $e=\frac{2\sqrt{2}}{5}$

posizioni reciproche tra retta ed ellisse		
13	Determinare se la retta di equazione $x+2y-3=0$ è tangente, esterna o secante all'ellisse $\frac{(x-2)^2}{81}+\frac{(y+12)^2}{9}=1$. Determinarne gli eventuali punti di contatto	*la retta è esterna non ci sono punti di contatto*
14	Considerata l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ con i fuochi sull'asse y, determinare le condizioni affinché la retta $3x-12y=0$ sia tangente, secante o esterna alla curva data. Quante tangenti ad una ellisse è possibile trovare per ogni suo punto?	*sempre secante* *Per ogni punto (eccetto i vertici) dell'ellisse esistono sempre due tangenti distinte; nei vertici le due tangenti sono coincidenti*

Ellisse

15	Considerato il fascio di rette $ax+2y-1=0$ determinare la retta del fascio che intersecandosi con l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{17}=1$ stacca una corda lunga $\frac{12}{25}\sqrt{187}$	$a=2$

determinare i punti di tangenza e le tangenti all'ellisse passanti per il punto P		
16	$\frac{15}{8}x^2+\frac{y^2}{32}=2 \quad , \quad P\left(\frac{4}{3},8\right)$	$30x-y=32 \quad A(1,-2)$ $y=8 \quad B(0,8)$
17	$\frac{9}{11}x^2+\frac{7}{11}y^2=32 \quad , \quad P\left(8,-\frac{40}{7}\right)$	$9x-49y=352 \quad A(1,-7)$ $27x+7y=176 \quad B(6,2)$
18	$\frac{65}{4}x^2+y^2=81 \quad , \quad P(-2,-4)$	$65x+8y+162=0$
19	$x^2+\frac{3}{4}y^2=52 \quad , \quad P(-10,-12)$	$3y-14x=104 \quad A(-7,2)$ $x-3y=26 \quad B(2,-8)$

determinare se la retta e l'ellisse sono secanti, tangenti o esterne, individuandone eventuali intersezioni		
20	$5(x-10)^2+9(y+1)^2=1 \quad , \quad \frac{5x}{9}-\frac{y}{3}=6$	*Secanti* $A\left(\frac{31}{3},-\frac{7}{9}\right) \quad B\left(10,-\frac{4}{3}\right)$
21	$50\left(x-\frac{9}{5}\right)^2+4\left(y+\frac{7}{4}\right)^2=51 \quad , \quad x+\frac{y}{5}=\frac{47}{20}$	*Secanti* $A\left(2,\frac{7}{4}\right) \quad B\left(\frac{14}{5},-\frac{9}{4}\right)$
22	$\frac{425}{189}x^2+\frac{(y+8)^2}{525}=1 \quad , \quad \frac{85}{3}x+\frac{47+19y}{5}=0$	*Secanti* $A\left(-\frac{3}{5},2\right) \quad B\left(\frac{2}{3},-\frac{67}{9}\right)$
23	$81x^2-144x+25y^2+200y+383=0 \quad , \quad \frac{x}{2}-\frac{5y}{4}+\frac{9}{7}=0$	*Esterne*
24	$3x^2-6x+13y^2-26y+\frac{72}{5}=0 \quad , \quad x+y=\frac{14}{5}$	*Secanti* $A\left(\frac{17}{10},\frac{11}{10}\right) \quad B\left(\frac{8}{5},\frac{6}{5}\right)$
25	$80x^2-240x+225y^2+90y=336 \quad , \quad 3y-x=\frac{63}{20}$	*Tangenti* $T\left(\frac{1}{4},\frac{7}{15}\right)$

equazione dell'ellisse traslata		
26	Data l'ellisse traslata di equazione $\frac{(x+1)^2}{16}+\frac{(y-3)^2}{25}=1$, determinare: le coordinate del centro C e dei fuochi F_1 ed F_2;l'eccentricità e dell'ellisse.	$C(-1,3)$, $F_1(-1,6) \;\; F_2(-1,0)$ $e=\frac{3}{5}$

determinare i fuochi e l'eccentricità delle seguenti ellissi traslate		
27	$9x^2+16y^2-256y+1023=0$	$F_1\left(-\frac{\sqrt{7}}{12},8\right) \quad F_2\left(\frac{\sqrt{7}}{12},8\right)$ $e=\frac{\sqrt{7}}{4}$
28	$\frac{9x^2}{4}-27x+9(y^2-6y)+161=0$	$F_1\left(6-\frac{1}{\sqrt{3}},3\right) \quad F_2\left(6+\frac{1}{\sqrt{3}},3\right)$ $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$

29	$\frac{25x^2}{16} - \frac{125x}{8} + y^2 - 6y + \frac{753}{16} = 0$	$F_1\left(5, \frac{12}{5}\right)$ $F_2\left(5, \frac{18}{5}\right)$ $e = \frac{3}{5}$
30	$\frac{x^2}{4} - x + \frac{y^2}{4} + 2y + 4 = 0$	$F(2, -4)$ $e = 0$

fasci di ellissi

31	Dato il fascio di ellissi $x^2 - kx + \frac{y^2}{4} - \frac{7ky}{6} = 1 - \frac{29k^2}{18}$, determinare i valori di k tali che le ellissi: siano tangenti all'asse delle ascisse; passino per l'origine degli assi; siano tangenti all'asse delle ordinate.	$k = \pm\frac{6}{7}$ $k = \pm 3\sqrt{\frac{2}{29}}$ $k = \pm 2$
32	Dato il fascio di ellissi $100yk^2(2-3y) = 27(5x+1)^2$, determinare i valori di k tali che le ellissi risultanti: a) abbiano eccentricità maggiore di $1/3$; b) abbiano un fuoco nel punto $F\left(-\frac{1}{5}, \frac{1}{4}\right)$; c) abbiano area maggiore di $\pi/9$.	$0 < k < \sqrt{2} \ \cup \ k > \frac{9\sqrt{2}}{8}$ $k = \frac{3\sqrt{15}}{8}$ $k > \frac{3}{2}$
33	Dato il fascio di ellissi di equazione $x^2 - \frac{2x}{3} + \frac{9y^2}{4} + 3ky - \frac{3y}{2} = k - \frac{13}{36}$, determinare i valori di k tali che le ellissi risultanti: a) staccano un segmento di lunghezza $12\sqrt{2}$ sulla retta di equazione $2x + y = 9$; b) siano tangenti alla stessa retta del punto a) , calcolando anche i corrispondenti punti di tangenza ; c) abbiano il centro appartenente alla retta del punto a) .	$k = -12$, $k = \frac{44}{3}$ $k = \frac{4(1 \pm \sqrt{10})}{3}$ $T_{1,2}\left(\frac{13}{3} \pm \frac{2\sqrt{10}}{5}, \frac{1}{3} \pm \frac{4\sqrt{10}}{5}\right)$ $k = -12$
34	Dato il fascio di ellissi di equazione $18x^2 + 42x + 72y^2 + 252y + 8k^2 - 144k + 209 = 0$ determinare: a) il valore dell'eccentricità, dimostrando che è comune a tutte le ellissi del fascio; b) se esiste un'ellisse del fascio che contiene tutte le altre, e se sì il corrispondente valore di k; c) i valori di k per i quali i vertici dell'ellisse formano un rombo di area 13.	$e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $k = 9$ $k = \frac{3}{2}, k = \frac{33}{2}$
35	Dato il fascio di ellissi di equazione $\frac{(7x-4)^2}{10-9\sqrt{1-k}} + \frac{(7y+1)^2}{1+9\sqrt{k}} = \frac{49}{4}$, a) dimostrare che esse sono tutte interne a un'ellisse Ω e tutte esterne a un'ellisse Γ del fascio, trovando le equazioni di Ω e Γ; b) trovare il luogo geometrico descritto dai fuochi delle ellissi al variare di k; c) trovare il k corrispondente alla più piccola ellisse del fascio avente eccentricità pari a $\frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{5})}{4}$.	Ω: $\left(x - \frac{4}{7}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{7}\right)^2 = \frac{5}{2}$ Γ: $\left(x - \frac{4}{7}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{4}$ $x = \frac{4}{7}$, $\left\lvert y + \frac{1}{7} \right\rvert \le \frac{3\sqrt{\sqrt{2}-1}}{2}$ $k = \frac{21 - 8\sqrt{5}}{45}$

esercizi di riepilogo

36	Determinare il perimetro del quadrilatero formato congiungendo le intersezioni tra l'ellisse $x^2-8x+4y^2+12y=25$ e le rette $6y=x+7$ e $3x+8y+25=0$.	$7+\sqrt{13}+\sqrt{37}+\sqrt{73}$
37	Data l'ellisse di equazione $\frac{4x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$ e la retta $x=2$, determina la mutua posizione tra la retta e l'ellisse e i loro punti d'intersezione.	$secante$; $\left(2,-\frac{6}{5}\right)$ e $\left(2,\frac{6}{5}\right)$
38	Calcola la lunghezza della corda che viene staccata dalla retta $x-y+3=0$ sull'ellisse di equazione $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{9}=1$	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$
39	Assegnata la curva di equazione $\frac{x^2}{k-1}+\frac{y^2}{8-k}=1$, determina per quali valori del parametro k vengono verificate le seguenti condizioni: a) la curva sia un' ellisse b) sia un' ellisse con i fuochi sull'asse delle ascisse c) sia un'ellisse con i fuochi sull'asse delle ordinate d) sia una circonferenza	$a)\ 1<k<8$ $b)\ \frac{9}{2}<k<8$ $c)\ 1<k<\frac{9}{2}$ $d)\ k=\frac{9}{2}$
40	Assegnata l'ellisse $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ e la retta $x-2y-4=0$, calcolare l'area e il perimetro del triangolo che ha per vertici le intersezioni tra la retta e l'ellisse e il fuoco dell'ellisse con ascissa negativa.	$A=2(2+\sqrt{3})$; $2p=2(4+\sqrt{3}+\sqrt{5})$
41	Determinare le coordinate del centro e dei fuochi e l'eccentricità dell'ellisse di equazione $\frac{(x-4)^2}{49}+\frac{(y+2)^2}{32}=1$	$C(4,-2)$, $F_1=(4-\sqrt{17},-2)$, $F_2=(4+\sqrt{17},-2)$ $e=\frac{\sqrt{17}}{7}$
42	Stabilire quali delle seguenti equazioni rappresenta un'ellisse e scriverla in forma canonica: a) $\frac{\left(x+\sqrt[3]{7}\right)^2}{112}+\frac{(y+33)^2}{215}=1$ b) $x^2+37x+12y-1=0$ c) $x^2+y^2+14x-18y+127=0$ d) $9x^2+25y^2-54x-100y-14=0$ e) $4x^2+9y^2-8x+36y+4=0$ f) $2x^2-y^2+2y-9=0$	$a)$ $ellisse$ $b)$ no $c)$ no $(circonferenza)$ $d)$ $ellisse$ di $equazione$ $\frac{3(x-3)^2}{65}+\frac{5(y-2)^2}{39}=1$ $e)$ $ellisse$ di $equazione$ $\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{4}=1$ $f)$ no $(iperbole)$
43	Considerata l'equazione $\frac{x^2}{k}+\frac{y^2}{3}=1$ trovare k in modo che la curva sia tangente alla retta $3x+y-7=0$	$k=46/9$
44	Determinare l'equazione dell'ellisse inscritta nel rettangolo di perimetro 20, sapendo che i vertici del rettangolo di ordinata 5 appartengono alle rette $x+y-5=0$ e $5x-3y+5=0$	$(x-1)^2+\frac{(y-1)^2}{16}=1$
45	Determinare l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse y con eccentricità $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e tangente alla retta $2x+\sqrt{2}y=4$ nel punto A. Determinare la retta tangente alla curva in A	$2x^2+y^2=4$ $y=\frac{\sqrt{2}}{2}(x-1)+\sqrt{2}$