# Logaritmi

PASSED

## definizione

il logaritmo di un numero è l'esponente $\boldsymbol{x}$ da dare alla base $\boldsymbol{a}$ per ottenere l'argomento $\boldsymbol{b}$ cioè: $\boldsymbol{a^x = b}$

| | | |
|---|---|---|
| $\boldsymbol{log_a(b) = x}$ <br> si legge: logaritmo in base $\boldsymbol{a}$ di $\boldsymbol{b}$ è uguale a $\boldsymbol{x}$ | $\boldsymbol{a}$ si chiama **base** <br> $\boldsymbol{b}$ si chiama **argomento** <br> $\boldsymbol{x}$ è il **logaritmo** in base $a$ di $b$ | la base $\boldsymbol{a}$ deve essere: $\boldsymbol{a} > 0$ $e$ $\boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{1}$ <br> l'argomento $\boldsymbol{b}$ deve essere: $\boldsymbol{b} > 0$ <br> il logaritmo $\boldsymbol{x}$ è un numero reale $\mathbb{R}$ |

## proprietà

| | | |
|---|---|---|
| $log_a(a) = 1$ | $log_a(1) = 0$ | $a^x > 0$ |

## teoremi principali sui logaritmi

| | | |
|---|---|---|
| $log_a(b \cdot c) = log_a(b) + log_a(c)$ | teorema del prodotto | $log_2(3 \cdot x) = log_2(3) + log_2(x)$ |
| $log_a\left(\frac{b}{c}\right) = log_a(b) - log_a(c)$ | teorema del rapporto | $log_2\left(\frac{x}{3}\right) = log_2(x) - log_2(3)$ |
| $log_a(b)^c = c\ log_a(b)$ | teorema della potenza | $log_2(x)^3 = 3\,log_2(x)$ |

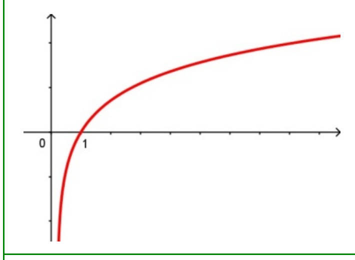
## proprietà derivate dai teoremi principali

| | | |
|---|---|---|
| $log_{a^n}(b)^m = \frac{m}{n} log_a b$ | potenza alla base e all'argomento | $log_{2^3}(x)^4 = \frac{4}{3} log_2(x)$ |
| $log_{\frac{1}{a}}(b) = log_{a^{-1}}(b) = -\,log_a(b)$ | base frazionaria | $log_{\frac{1}{2}}(x) = -\,log_2(x)$ |
| $log_a\left(\frac{1}{b}\right) = log_a(b^{-1}) = -\,log_a(b)$ | argomento frazionario | $log_2\left(\frac{1}{x}\right) = -\,log_2(x)$ |
| $log_{\frac{1}{a}}\left(\frac{1}{b}\right) = log_{a^{-1}}(b^{-1}) = log_a(b)$ | base e argomento frazionario | $log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{x}\right) = log_2(x)$ |
| $log_a(b) = \frac{1}{log_b(a)}$ | scambiare la base con l'argomento | $log_x(2) = \frac{1}{log_2(x)}$ |
| $log_a(b) = \frac{log_c(b)}{log_c(a)}$ | formula del cambio di base | $log_3(x) = \frac{log_2(x)}{log_2(3)}$ $\quad log_2(5) = \frac{log_7(5)}{log_7(2)}$ |
| $n = log_a(a)^n$ | trasformare un numero n in logaritmo in base a | $5 = log_2(2)^5$ $\quad 3 = log_4(4)^3$ |
| $n = a^{log_a(n)}$ | trasformare un numero n in potenza | $5 = 2^{log_2(5)}$ $\quad 3 = 4^{log_4(3)}$ |

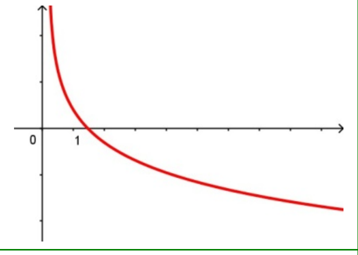
con il simbolo $\boldsymbol{ln(x)}$ si indica il logaritmo in base $\boldsymbol{e}$ dove $e = 2{,}71828182845 \ldots$ detto "numero di Nepero"

sulle calcolatrici scientifiche sono presenti i tasti **log** e **ln** che consentono di calcolare i logaritmi in base 10 e in base "e". Per calcolare un logaritmo in una base diversa è necessario utilizzare la formula del cambio di base

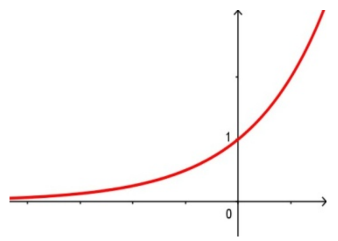
## grafici delle funzioni logaritmo ed esponenziale



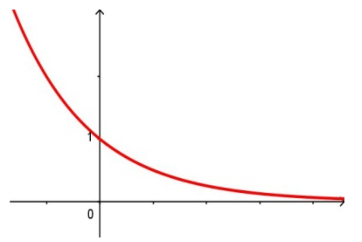

$\boldsymbol{y = \log_a(x)}$
logaritmo con base a > 1




$\boldsymbol{y = \log_a(x)}$
logaritmo con base 0 < a < 1




$\boldsymbol{y = a^x}$
esponenziale con base a > 1




$\boldsymbol{y = a^x}$
esponenziale a base 0 < a < 1