

Funzione: definizione e tipi

definizione

Dati due insiemi A e B, si dice **funzione** una legge che associa **ad ogni** elemento dell'insieme A **uno ed un solo** elemento dell'insieme B.

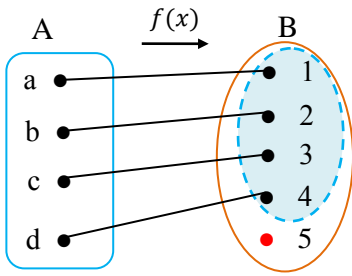
Una funzione si indica con $y = f(x)$, dove:

- x è un generico elemento di A ed $f(x)$ o y si chiama **immagine** di x ed appartiene all'insieme B
- l'insieme A viene chiamato **dominio** o **campo di esistenza** di $f(x)$
- il sottoinsieme di B formato dalle immagini di tutti gli elementi del dominio si chiama **codominio** di $f(x)$.



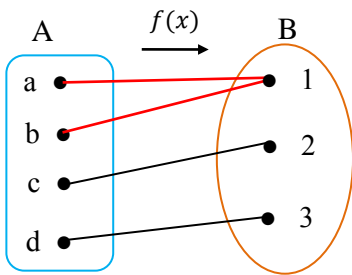
In alcuni testi l'insieme B viene detto **codominio** e il sottoinsieme di B contenente gli elementi associati ad A viene detto **immagine di A**

tipi di funzione: iniettiva, suriettiva, biunivoca



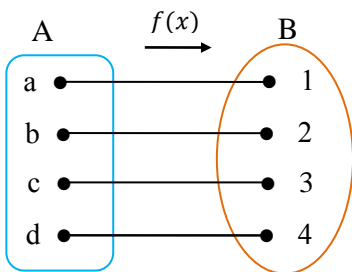
funzione **iniettiva**

- una funzione si dice **iniettiva** quando ad elementi **distinti** dell'insieme A corrispondono elementi **distinti** dell'insieme B
- $f(x)$ iniettiva $\Leftrightarrow x_1 \neq x_2 \rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$
- la funzione della figura a sinistra è iniettiva ma non suriettiva
- l'insieme A è il dominio, il **sottoinsieme** di B contenente gli elementi {1, 2, 3, 4}, associati ad elementi di A, rappresenta il codominio di $f(x)$



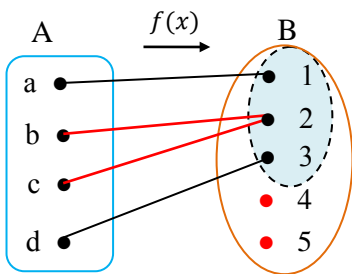
funzione **suriettiva**

- una funzione si dice **suriettiva** quando **ogni** elemento dell'insieme B è immagine di **almeno** un elemento dell'insieme A
- $f(x)$ suriettiva $\Leftrightarrow \forall y \in B \exists x \in A : f(x) = y$
- la funzione della figura a sinistra è suriettiva ma non iniettiva
- l'insieme A è il dominio, **tutto** l'insieme B è il codominio di $f(x)$



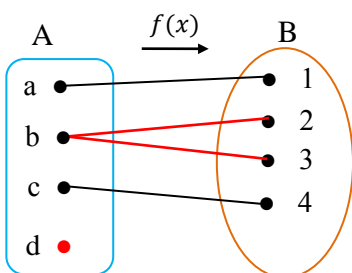
funzione **biunivoca** o **biiettiva**

- una funzione si dice **biunivoca** (o **biiettiva**) quando è sia iniettiva che suriettiva, cioè quando **ad ogni** elemento dell'insieme A corrisponde **uno ed un solo** elemento dell'insieme B e **viceversa**
- $f(x)$ biunivoca $\Leftrightarrow \forall x \in A \exists! y \in B : f(x) = y$ e viceversa
- l'insieme A è il dominio, **tutto** l'insieme B è il codominio di $f(x)$



funzione **non iniettiva, non suriettiva**

- la funzione della figura a sinistra:
- **NON** è iniettiva perché gli elementi distinti "b, c" dell'insieme A hanno la stessa immagine "2"
 - **NON** è suriettiva perché non tutti gli elementi dell'insieme B ("4, 5") sono immagine di almeno un elemento dell'insieme A
 - l'insieme A è il dominio, il **sottoinsieme** di B che contiene gli elementi {1, 2, 3}, associati ad elementi di A, rappresenta il codominio di $f(x)$



corrispondenza

- la legge rappresentata nella figura a sinistra **non** è una funzione perché non ne soddisfa la definizione, infatti:
- all'elemento "b" dell'insieme A sono associati più elementi ("2, 3") dell'insieme B.
 - l'elemento "d" dell'insieme A non è associato ad alcun elemento dell'insieme B.
- la legge non è una funzione ma prende il nome di **corrispondenza**

Funzione: definizione e tipi

funzioni numeriche

- una generica funzione si indica con $y = f(x)$
 x è detta *variabile indipendente* ed appartiene al dominio
 y è detta *variabile dipendente* ed appartiene al codominio
- se x ed y sono numeri reali allora la funzione si dice **funzione reale** di una variabile reale
- in tutte le funzioni reali ad ogni coppia di numeri associati corrisponde un punto nel piano cartesiano; l'insieme di tali punti genera una curva che prende il nome di **grafico** della funzione

grafico di una funzione reale

consideriamo ad esempio la funzione radice cubica $y = \sqrt[3]{x}$

X $\xrightarrow{y = \sqrt[3]{x}}$ Y

rappresentazione insiemistica

x	$\sqrt[3]{x}$
0	0
-1	-1
1	1
-8	-2
8	2

grafico della funzione

coppie di numeri associati

tipi di funzione

- la funzione in figura è **iniettiva** perché punti distinti dell'asse X hanno ordinate distinte sull'asse Y
- la funzione **non** è suriettiva perché **non** tutti i punti dell'asse Y sono associati a punti dell'asse X. La parte negativa dell'asse Y colorata in blu non è associata a nessun punto dell'asse X

- la funzione in figura è **suriettiva** perché **tutti** i punti dell'asse Y sono associati a punti dell'asse X
- la funzione **non** è iniettiva perché punti distinti dell'asse X hanno la stessa ordinata sull'asse Y

la funzione in figura è **biunivoca** cioè sia iniettiva che suriettiva, infatti:

- è iniettiva perché punti distinti dell'asse X hanno ordinate distinte sull'asse Y
- è suriettiva perché tutti i punti dell'asse Y sono associati a punti dell'asse X

la funzione in figura **non** è iniettiva e **non** è suriettiva, infatti:

- non è iniettiva perché punti distinti dell'asse X hanno la stessa ordinata sull'asse Y
- non è suriettiva perché **non** tutti i punti dell'asse Y sono associati a punti dell'asse X. La parte negativa dell'asse Y colorata in blu non è associata a nessun punto dell'asse X

la curva in figura **non** è una funzione perché a punti sull'asse delle X corrisponde più di un'ordinata sull'asse delle Y. In questo caso la legge non è una funzione ma prende il nome di corrispondenza