Dominio o Insieme di Definizione

PASSED

Per calcolare il dominio di una funzione è necessario tener conto delle condizioni riportate nella tabella seguente. Se ci sono più condizioni esse vanno messe a **sistema**.
Il dominio della funzione è dato dalla soluzione della singola disequazione o del sistema.

funzione	condizione	
$y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$	$g(x) \neq 0$	funzione fratta si pone il denominatore $g(x)$ diverso da 0
$y = \sqrt[n]{f(x)}$ — **n** numero naturale **pari** diverso da zero	$f(x) \geq 0$	funzione radice n-sima ad indice pari si pone il radicando $f(x)$ maggiore o uguale di 0
$y = \log_a[f(x)]$	$f(x) > 0$	funzione logaritmo si pone l'argomento $f(x)$ maggiore di 0
$y = \log_{g(x)}[f(x)]$	$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ g(x) \neq 1 \end{cases}$	funzione logaritmo con una funzione alla base si pone $\begin{cases} l'argomento\ f(x) > 0 \\ la\ base\ g(x) > 0 \\ la\ base\ g(x) \neq 1 \end{cases}$
$y = [f(x)]^{\alpha}$ — $\alpha > 0$ numero irrazionale	$f(x) \geq 0$	funzione potenza con esponente irrazionale positivo si pone la funzione alla base $f(x)$ maggiore o uguale di 0
$y = [f(x)]^{\alpha}$ — $\alpha < 0$ numero irrazionale	$f(x) > 0$	funzione potenza con esponente irrazionale negativo si pone la funzione alla base $f(x)$ maggiore di 0
$y = f(x)^{g(x)}$	$f(x) > 0$	funzione esponenziale con base una funzione si pone la funzione alla base $f(x)$ maggiore di 0
$y = tan\ [f(x)]$	$f(x) \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$	funzione tangente si pone l'argomento $f(x)$ diverso da $\frac{\pi}{2} + k\pi$
$y = cot\ [f(x)]$	$f(x) \neq k\pi$	funzione cotangente si pone l'argomento $f(x)$ diverso da $k\pi$
$y = arcsin\ [f(x)]$	$-1 \leq f(x) \leq 1$	funzione arcoseno si pone l'argomento $f(x)$ compreso o uguale tra -1 e 1
$y = arccos\ [f(x)]$	$-1 \leq f(x) \leq 1$	funzione arcocoseno si pone l'argomento $f(x)$ compreso o uguale tra -1 e 1

osservazione

le seguenti funzioni sono definite $\forall\ x \in R$:
potenza n-sima, radice con indice dispari, esponenziale, seno, coseno, arcotangente, arcocotangente

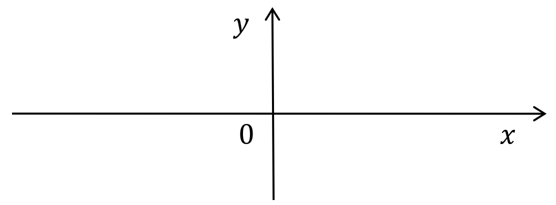
Dominio o Insieme di Definizione

esempi di calcolo e rappresentazione grafica del dominio di alcune funzioni

1. $$y = x^2 + 3x - 5$$

è possibile assegnare qualunque valore alla x. Il dominio è:

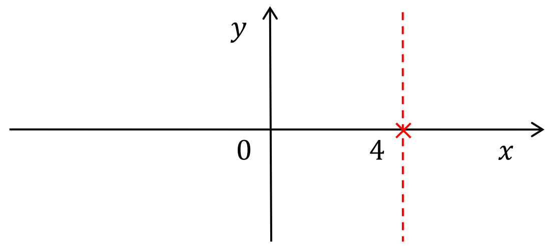
$$\color{red}{\forall\, \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}}$$



2. $$y = \frac{x^2 + 3x - 5}{x - 4}$$

si pone il denominatore diverso da zero. Il dominio è:

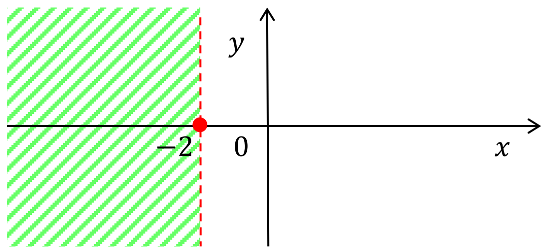
$$x - 4 \neq 0 \;\rightarrow\; \color{red}{\boldsymbol{x \neq 4}}$$



3. $$y = \sqrt{x + 2}$$

si pone il radicando maggiore o uguale a zero. Il dominio è:

$$x + 2 \geq 0 \;\rightarrow\; \color{red}{\boldsymbol{x \geq -2}}$$

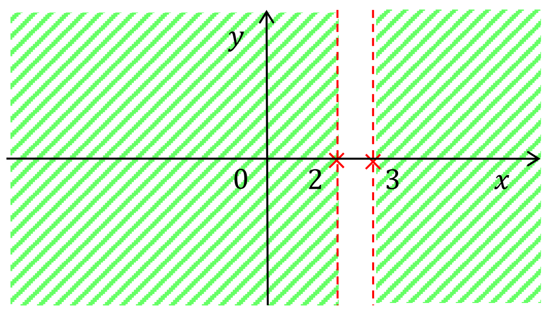


4. $$y = ln\left(\frac{x - 2}{3 - x}\right)$$

si pone l'argomento del logaritmo maggiore di zero e il denominatore diverso da zero. Il dominio è:

$$\begin{cases} \dfrac{x-2}{3-x} > 0 \\ 3 - x \neq 0 \longrightarrow superflua * \end{cases} \rightarrow \left\| \begin{array}{l} x - 2 > 0 \\ 3 - x > 0 \end{array} \right. \rightarrow \left\| \begin{array}{l} x > 2 \\ x < 3 \end{array} \right. \rightarrow \color{red}{\boldsymbol{2 < x < 3}}$$

(*) perché la condizione è già contenuta algebricamente nella precedente

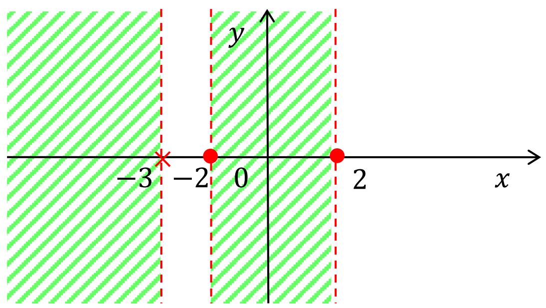


5. $$y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x + 3}}$$

si pone il radicando maggiore o uguale a zero e il denominatore diverso da zero. Il dominio è:

$$\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x+3} \geq 0 \\ x + 3 \neq 0 \longrightarrow superflua * \end{cases} \rightarrow \left\| \begin{array}{l} x^2 - 4 \geq 0 \\ x + 3 > 0 \end{array} \right. \rightarrow \color{red}{\boldsymbol{-3} < x \leq -2 \;\vee\; x \geq 2}$$

(*) perché la condizione è già contenuta algebricamente nella precedente



6. $$y = \frac{e^{\sqrt{x-5}}}{\lg(x - 6)}$$

si pongono a sistema le condizioni di esistenza della radice, del logaritmo e del denominatore. Il dominio è:

$$\begin{cases} x - 5 \geq 0 \\ x - 6 > 0 \\ \lg(x - 6) \neq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x > 6 \\ x - 6 \neq 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x > 6 \\ x \neq 7 \end{cases} \rightarrow \color{red}{\boldsymbol{x > 6 - \{7\}}}$$