

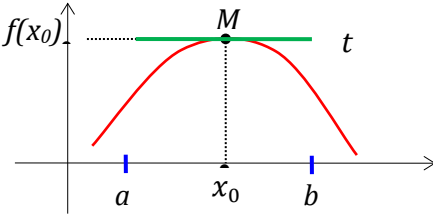
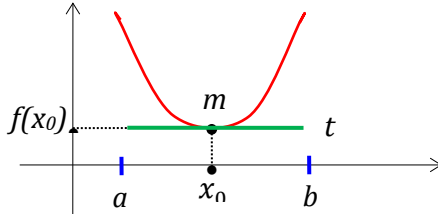
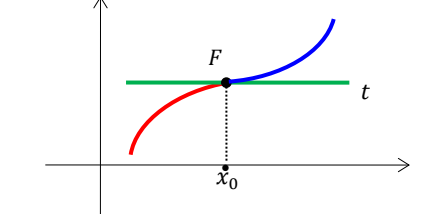
## punti stazionari

Sia  $y = f(x)$  una funzione definita nell'intervallo  $[a, b]$  e sia  $x_0$  un punto appartenente all'intervallo  $[a, b]$ .

Si dice che  $x_0$  è un **punto stazionario** della funzione  $f(x)$  se  $f'(x_0) = 0$

Graficamente ciò significa che la tangente al grafico nel punto stazionario è orizzontale.

I punti stazionari di una funzione sono i punti di **massimo relativo**, di **minimo relativo** o di **flesso orizzontale**

massimo relativo	minimo relativo	flesso orizzontale
		
$f'(x_0) = 0 \quad f''(x_0) < 0$	$f'(x_0) = 0 \quad f''(x_0) > 0$	$f'(x_0) = 0 \quad f''(x_0) = 0 \quad f'''(x_0) \neq 0$

più in generale per la ricerca dei punti stazionari si può seguire il seguente schema:

- |   |   |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• si calcola la derivata prima di <math>f(x)</math></li> <li>• si pone <math>f'(x) = 0</math></li> <li>• si risolve l'equazione ottenendo le soluzioni <math>x_0, x_1, x_2, \dots</math></li> <li>• i punti <math>x_0, x_1, x_2, \dots</math> possono essere punti di massimo, di minimo o di flesso orizzontale</li> <li>• i punti così trovati si analizzano uno alla volta sostituendoli nelle derivate di ordine successivo</li> <li>• analizziamo, ad esempio, il punto <math>x_0</math> sostituendo il suo valore nella derivata seconda ed eventualmente nelle derivate successive</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• se:                     <ul style="list-style-type: none"> <li><math>f''(x_0) &gt; 0 \rightarrow x_0</math> è un punto di <b>minimo relativo</b></li> <li><math>f''(x_0) &lt; 0 \rightarrow x_0</math> è un punto di <b>massimo relativo</b></li> <li><math>f''(x_0) = 0 \rightarrow</math> si calcola <math>f'''(x)</math></li> </ul> </li> <li>• se:                     <ul style="list-style-type: none"> <li><math>f'''(x_0) \neq 0 \rightarrow x_0</math> è un punto di <b>flesso orizzontale</b></li> <li><math>f'''(x_0) = 0 \rightarrow</math> si calcola <math>f^{IV}(x)</math></li> </ul> </li> <li>• se:                     <ul style="list-style-type: none"> <li><math>f^{IV}(x_0) &gt; 0 \rightarrow x_0</math> è un punto di <b>minimo relativo</b></li> <li><math>f^{IV}(x_0) &lt; 0 \rightarrow x_0</math> è un punto di <b>massimo relativo</b></li> <li><math>f^{IV}(x_0) = 0 \rightarrow</math> si calcola <math>f^V(x)</math> ..... e così via</li> </ul> </li> </ul> |
|---|---|

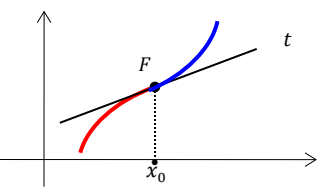
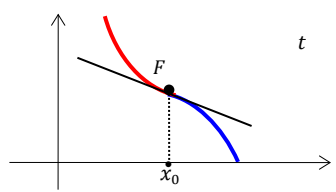
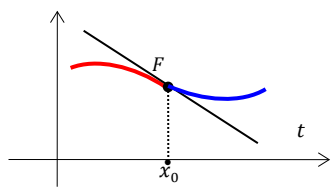
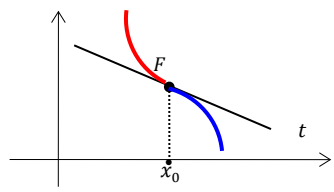
## ricerca dei punti di flesso a tangente NON orizzontale

I **punti di flesso a tangente NON orizzontale** sono quei punti appartenenti al dominio della funzione che annullano la derivata seconda ma non annullano la derivata prima e non annullano la derivata terza della funzione cioè:

$$x_0 \text{ è punto di flesso a tangente non orizzontale se } \begin{cases} f'(x) \neq 0 \\ f''(x) = 0 \\ f'''(x) \neq 0 \end{cases}$$

Un punto di flesso si dice **ascendente** se a sinistra la concavità è rivolta verso il basso e a destra verso l'alto, analogamente si dice **discendente** se a sinistra la concavità è rivolta verso l'alto e a destra verso il basso.

I punti di flesso a tangente non orizzontale si cercano imponendo la derivata seconda uguale a zero. I casi possibili sono:

flesso ascendente	flesso discendente	flesso ascendente	flesso discendente
			
$f'(x_0) > 0$ $f''(x_0) = 0$ $f'''(x_0) > 0$	$f'(x_0) > 0$ $f''(x_0) = 0$ $f'''(x_0) < 0$	$f'(x_0) < 0$ $f''(x_0) = 0$ $f'''(x_0) > 0$	$f'(x_0) < 0$ $f''(x_0) = 0$ $f'''(x_0) < 0$