Scomposizione di un polinomio con Ruffini

Se si vuole scomporre un polinomio che non rientra nei metodi di scomposizione con i prodotti notevoli né in altri tipi di scomposizione si può provare a scomporlo mediante la regola di Ruffini.
Vediamolo con qualche esempio

Fai attenzione che non tutti i polinomi si possono scomporre. Infatti come esistono i numeri primi esistono i polinomi primi

esempio

1. Scomponiamo il seguente polinomio di terzo grado: $\boldsymbol{6 + x^3 - x}$

$x^3 - x + 6$	si ordina, se necessario, il polinomio da scomporre secondo le potenze decrescenti della variabile
$+1, -1, +2, -2, +3, -3, +6, -6$	si individuano i divisori del termine noto $(+6)$
per $x = 1$ si ha $(1)^3 - (1) + 6 = 1 - 1 + 6 = 6$ per $x = -1$ si ha $(-1)^3 - (-1) + 6 = -1 + 1 + 6 = 6$ per $x = 2$ si ha $(2)^3 - (2) + 6 = 8 - 2 + 6 = 12$ per $x = \mathbf{-2}$ si ha $(-2)^3 - (-2) + 6 = -8 + 2 + 6 = \mathbf{0}$	tra i divisori trovati si cerca quello che **annulla** il polinomio. Per fare ciò si sostituiscono i divisori trovati uno alla volta alla variabile x del polinomio e si sviluppano i calcoli $\mathbf{-2}$ è il divisore cercato Esso viene detto "zero" del polinomio Il polinomio da scomporre ammette come divisore il binomio $x - (-2) = \boldsymbol{x + 2}$

Si esegue ora alla divisione $(x^3 - x + 6) : (x + 2)$ con la regola di Ruffini

$x^3 + 0x^2 - x + 6$	si completa, se necessario, il polinomio da scomporre con i termini mancanti
$\begin{array}{c\|ccc\|c} & 1 & 0 & -1 & 6 \\ \mathbf{-2} & & & & \\ \hline & & & & \end{array}$	si crea la griglia in figura disponendo sulla riga in alto tutti i coefficienti del polinomio da scomporre $1x^3 + 0x^2 - 1x + 6$. Nell'angolo in basso a sinistra si scrive lo zero del polinomio trovato precedentemente, in questo caso $\mathbf{-2}$
$\begin{array}{c\|ccc\|c} & 1 & 0 & -1 & 6 \\ -2 & & & & \\ \hline & \mathbf{1} & & & \end{array}$	si riscrive in basso il primo coefficiente del polinomio $(\mathbf{1})$
$\begin{array}{c\|ccc\|c} & 1 & 0 & -1 & 6 \\ -2 & & \mathbf{-2} & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$	si moltiplica il coefficiente 1 per il numero in basso a sinistra (-2) e si scrive il risultato $\mathbf{-2}$ nella seconda colonna

Scomposizione di un polinomio con Ruffini

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 1 & 0 & -1 & 6 \\ -2 & & -2 & & \\ \hline & 1 & \mathbf{-2} & & \end{array}$$

si sommano i numeri della seconda colonna (0 e -2) e si scrive il risultato $\mathbf{-2}$ in basso

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 1 & 0 & -1 & 6 \\ -2 & & -2 & \mathbf{4} & \\ \hline & 1 & -2 & & \end{array}$$

si moltiplica la somma ottenuta (-2) per il numero in basso a sinistra (-2) e si scrive il risultato $(\mathbf{4})$ nella terza colonna

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 1 & 0 & -1 & 6 \\ -2 & & -2 & 4 & \\ \hline & 1 & -2 & \mathbf{3} & \end{array}$$

si sommano i numeri della terza colonna (-1 e 4) e si scrive il risultato $(\mathbf{3})$ in basso

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 1 & 0 & -1 & 6 \\ -2 & & -2 & 4 & \mathbf{-6} \\ \hline & 1 & -2 & 3 & \end{array}$$

si moltiplica la somma ottenuta (3) per il numero in basso a sinistra (-2) e si scrive il risultato $(\mathbf{-6})$ nell'ultima colonna

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 1 & 0 & -1 & 6 \\ -2 & & -2 & 4 & -6 \\ \hline & 1 & -2 & 3 & \mathbf{0} \end{array}$$

si sommano i numeri dell'ultima colonna (6 e -6) e si scrive il risultato $\mathbf{0}$ in basso.

$\mathbf{0}$ è il resto della divisione.
Se i calcoli sono corretti il risultato deve essere zero

$$\mathbf{1}\,x^2 \mathbf{-2}x + \mathbf{3}$$

i numeri dell'ultima riga $\mathbf{1},\ \mathbf{-2}, \mathbf{+3}$ rappresentano nell'ordine i coefficienti del polinomio risultato detto quoziente.
Esso è un polinomio di un grado inferiore al polinomio dividendo

Per definizione di divisione si ha:

DIVIDENDO = QUOZIENTE · DIVISORE

$$\boldsymbol{x^3 - x + 6 = (x^2 - 2x + 3) \cdot (x + 2)}$$

Scomposizione di un polinomio con Ruffini

2.	Scomponiamo il seguente polinomio di quarto grado : $x^4 - 6 + 5x^2 - 5x + 5x^3$
$x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6$	si ordina, se necessario, il polinomio da scomporre secondo le potenze decrescenti della variabile
$+1, -1, +2, -2, +3, -3, +6, -6$	si individuano i divisori del termine noto (-6)
per $x = \mathbf{-1}$ si ha $(-1)^4 + 5(-1)^3 + 5(-1)^2 - 5(-1) - 6 = \mathbf{0}$	tra i divisori trovati si cerca quello che **annulla** il polinomio. Per fare ciò si sostituiscono i divisori trovati uno alla volta alla variabile x del polinomio e si sviluppano i calcoli $\mathbf{-1}$ è il divisore cercato ed è detto "zero" del polinomio Il polinomio da scomporre ammette come divisore il binomio $x - (-1) = \boldsymbol{x + 1}$
Si esegue la divisione $(x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6) : (x + 1)$ con la regola di Ruffini	
$x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6$	si completa, se necessario, il polinomio da scomporre con i termini mancanti
$\begin{array}{c\|cccc\|c} & 1 & 5 & 5 & -5 & -6 \\ \mathbf{-1} & & & & & \\ \hline & & & & & \end{array}$	si crea la griglia in figura disponendo sulla riga in alto tutti i coefficienti del polinomio da scomporre $1x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6$ Nell'angolo in basso a sinistra si scrive lo zero del polinomio trovato precedentemente, in questo caso $\mathbf{-1}$
$\begin{array}{c\|cccc\|c} & 1 & 5 & 5 & -5 & -6 \\ -1 & & & & & \\ \hline & \mathbf{1} & & & & \end{array}$	si riscrive in basso il primo coefficiente del polinomio ($\mathbf{1}$)
$\begin{array}{c\|cccc\|c} & 1 & 5 & 5 & -5 & -6 \\ -1 & & \mathbf{-1} & & & \\ \hline & 1 & & & & \end{array}$	si moltiplica il coefficiente 1 per il numero in basso a sinistra (-1) e si scrive il risultato $\mathbf{-1}$ nella seconda colonna
$\begin{array}{c\|cccc\|c} & 1 & 5 & 5 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & & & \\ \hline & 1 & \mathbf{4} & & & \end{array}$	si sommano i numeri della seconda colonna (5 e -1) e si scrive il risultato ($\mathbf{4}$) in basso
$\begin{array}{c\|cccc\|c} & 1 & 5 & 5 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & \mathbf{-4} & & \\ \hline & 1 & 4 & & & \end{array}$	si moltiplica la somma ottenuta (4) per il numero in basso a sinistra (-1) e si scrive il risultato ($\mathbf{-4}$) nella terza colonna

Scomposizione di un polinomio con Ruffini

$\begin{array}{c\|cccc\|c} & 1 & 5 & 5 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & -4 & & \\ \hline & 1 & 4 & \mathbf{1} & & \end{array}$	si sommano i numeri della terza colonna (5 e -4) e si scrive il risultato (**1**) in basso
$\begin{array}{c\|cccc\|c} & 1 & 5 & 5 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & -4 & \mathbf{-1} & \\ \hline & 1 & 4 & 1 & & \end{array}$	si moltiplica la somma ottenuta (1) per il numero in basso a sinistra (-1) e si scrive il risultato (**−1**) nella quarta colonna
$\begin{array}{c\|cccc\|c} & 1 & 5 & 5 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & -4 & -1 & \\ \hline & 1 & 4 & 1 & \mathbf{-6} & \end{array}$	si sommano i numeri della quarta colonna (-5 e -1) e si scrive il risultato (**−6**) in basso
$\begin{array}{c\|cccc\|c} & 1 & 5 & 5 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & -4 & -1 & \mathbf{6} \\ \hline & 1 & 4 & 1 & -6 & \end{array}$	si moltiplica la somma ottenuta (-6) per il numero in basso a sinistra (-1) e si scrive il risultato (**6**) nell'ultima colonna
$\begin{array}{c\|cccc\|c} & 1 & 5 & 5 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & -4 & -1 & 6 \\ \hline & 1 & 4 & 1 & -6 & \mathbf{0} \end{array}$	si sommano i numeri dell'ultima colonna $(-6$ e $6)$ e si scrive il risultato (**0**) in basso. **0** è il resto della divisione. Se i calcoli sono corretti il risultato deve essere zero
$\mathbf{1}\,x^3 + \mathbf{4}x^2 + \mathbf{1}x - \mathbf{6}$	i numeri dell'ultima riga $\mathbf{1}, +\mathbf{4}, +\mathbf{1}, -\mathbf{6}$ rappresentano nell'ordine i coefficienti del polinomio risultato detto quoziente. Esso è un polinomio di un grado inferiore al polinomio dividendo

Per definizione di divisione si ha:

DIVIDENDO = QUOZIENTE · DIVISORE

$$\boldsymbol{x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6 = (x^3 + 4x^2 + x - 6) \cdot (x + 1)}$$

Ripetendo nuovamente il procedimento sulla ricerca degli zeri del polinomio ed eseguendo nuovamente la divisione con la regola di Ruffini, si ha che il polinomio iniziale si scompone nel prodotto di quattro binomi di primo grado:

$$\boldsymbol{x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6 = (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3)}$$