

Scomposizione di un polinomio mediante la divisione

premessa

Per scomporre un polinomio di qualunque grado nel prodotto di più polinomi ciascuno di grado inferiore a quello assegnato, si può ricorrere alla divisione del polinomio per un binomio di primo grado.

Vediamolo con qualche esempio

 Fai attenzione che non tutti i polinomi si possono scomporre. Infatti come esistono i numeri primi esistono i polinomi primi

esempi

1. Scomponiamo il seguente polinomio di terzo grado in x : $6 - x + x^3$

$$x^3 - x + 6$$

si ordina, se necessario, il polinomio da scomporre secondo le potenze decrescenti della variabile

$$+1, -1, +2, -2, +3, -3, +6, -6$$

si individuano i divisori del termine noto del polinomio (+6)

- per $x = 1$ si ha
 $(1)^3 - (1) + 6 = 1 - 1 + 6 = 6$
- per $x = -1$ si ha
 $(-1)^3 - (-1) + 6 = -1 + 1 + 6 = 6$
- per $x = 2$ si ha
 $(2)^3 - (2) + 6 = 8 - 2 + 6 = 12$
- per $x = -2$ si ha
 $(-2)^3 - (-2) + 6 = -8 + 2 + 6 = 0$

tra i divisori trovati si cerca quello che **annulla** il polinomio. Per fare ciò si sostituiscono i divisori trovati uno alla volta alla variabile x del polinomio e si sviluppano i calcoli.

-2 è il divisore cercato.
 Esso è detto "zero" del polinomio.

Il polinomio da scomporre ammette come divisore il binomio $x - (-2) = x + 2$

$$(x^3 - x + 6) : (x + 2)$$

si procede alla divisione tra il polinomio da scomporre e il binomio divisore trovato

$$x^3 + 0x^2 - x + 6$$

si completa, se necessario, il polinomio da scomporre con i termini mancanti

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 0x^2 - x + 6 & x + 2 \\ \hline & \end{array}$$

si crea la griglia in figura disponendo il polinomio dividendo a sinistra e il binomio divisore a destra

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 0x^2 - x + 6 & x + 2 \\ \hline & x^2 \end{array}$$

si divide il primo termine (x^3) del polinomio dividendo per il primo termine (x) del binomio divisore e si scrive il risultato x^2 nello spazio in basso a destra

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 0x^2 - x + 6 & x + 2 \\ -x^3 - 2x^2 & \hline & x^2 \end{array}$$

si moltiplica x^2 per ciascun termine del binomio divisore e si scrive il risultato ($x^3 + 2x^2$), **cambiato di segno**, a sinistra sotto i termini dello stesso grado del polinomio dividendo

Scomposizione di un polinomio mediante la divisione

$\begin{array}{r l} x^3 + 0x^2 - x + 6 & x + 2 \\ -x^3 - 2x^2 & \hline 0 - 2x^2 - x + 6 & x^2 \end{array}$	<p>si sommano i termini simili e si riporta il risultato ottenuto. Tale operazione porta all'eliminazione del termine di grado massimo</p>
$\begin{array}{r l} x^3 + 0x^2 - x + 6 & x + 2 \\ -x^3 - 2x^2 & \hline -2x^2 - x + 6 & x^2 - 2x \end{array}$	<p>si divide il primo termine ($-2x^2$) del polinomio ridotto per il primo termine x del binomio divisore e si scrive il risultato $-2x$ nello spazio in basso a destra</p>
$\begin{array}{r l} x^3 + 0x^2 - x + 6 & x + 2 \\ -x^3 - 2x^2 & \hline -2x^2 - x + 6 & x^2 - 2x \\ +2x^2 + 4x & \hline 0 + 3x + 6 & \end{array}$	<p>si moltiplica $-2x$ per ciascun termine del binomio divisore e si scrive il risultato ($-2x^2 - 4x$), cambiato di segno, a sinistra sotto i termini dello stesso grado del polinomio ridotto dividendo</p>
$\begin{array}{r l} x^3 + 0x^2 - x + 6 & x + 2 \\ -x^3 - 2x^2 & \hline -2x^2 - x + 6 & x^2 - 2x \\ +2x^2 + 4x & \hline 0 + 3x + 6 & \end{array}$	<p>si sommano i termini simili e si riporta il risultato ottenuto</p>
$\begin{array}{r l} x^3 + 0x^2 - x + 6 & x + 2 \\ -x^3 - 2x^2 & \hline -2x^2 - x + 6 & x^2 - 2x + 3 \\ +2x^2 + 4x & \hline +3x + 6 & \end{array}$	<p>si divide il primo termine ($+3x$) del polinomio ridotto per il primo termine (x) del binomio divisore e si scrive il risultato $+3$ nello spazio in basso a destra</p>
$\begin{array}{r l} x^3 + 0x^2 - x + 6 & x + 2 \\ -x^3 - 2x^2 & \hline -2x^2 - x + 6 & x^2 - 2x + 3 \\ +2x^2 + 4x & \hline +3x + 6 & \hline -3x - 6 & \hline 0 & \end{array}$	<p>si moltiplica $+3$ per per ciascun termine del binomio divisore e si scrive il risultato ($+3x + 6$), cambiato di segno, a sinistra sotto i termini dello stesso grado del polinomio ridotto dividendo</p>
$\begin{array}{r l} x^3 + 0x^2 - x + 6 & x + 2 \\ -x^3 - 2x^2 & \hline -2x^2 - x + 6 & x^2 - 2x + 3 \\ +2x^2 + 4x & \hline +3x + 6 & \hline -3x - 6 & \hline 0 & \end{array}$	<p>si sommano i termini simili e si riporta il risultato ottenuto. Se i calcoli sono corretti il resto è zero</p>

Per definizione di divisione: DIVIDENDO = QUOZIENTE · DIVISORE

$$x^3 - x + 6 = (x^2 - 2x + 3) \cdot (x + 2)$$

Scomposizione di un polinomio mediante la divisione

2.	Scomponiamo il seguente polinomio di quarto grado in x : $4x^3 + x^2 - 2x + 1$
$4x^3 + x^2 - 2x + 1$	si ordina, se necessario, il polinomio da scomporre secondo le potenze decrescenti della variabile
+1, -1	si individuano i divisori del termine noto del polinomio (+1)
<p>per $x = 1$ si ha $4 + 1 - 2 + 1 = 4$</p> <p>per $x = -1$ si ha $-4 + 1 + 2 + 1 = 0$</p>	<p>tra i divisori trovati si cerca quello che annulla il polinomio. Per fare ciò si sostituiscono i divisori trovati uno alla volta alla variabile x del polinomio e si sviluppano i calcoli.</p> <p>-1 è il divisore cercato. Esso è detto "zero" del polinomio.</p> <p>Il polinomio da scomporre ammette come divisore il binomio $x - (-1) = x + 1$</p>
$(4x^3 + x^2 - 2x + 1) : (x + 1)$	si procede alla divisione tra il polinomio da scomporre e il binomio divisore trovato
$4x^3 + x^2 - 2x + 1$	si completa, se necessario, il polinomio da scomporre con i termini mancanti
$4x^3 + x^2 - 2x + 1 \quad \quad x + 1$ <hr style="width: 100px; margin-left: 150px;"/>	si crea la griglia come in figura disponendo il polinomio dividendo a sinistra e il binomio divisore a destra
$4x^3 + x^2 - 2x + 1 \quad \quad x + 1$ <hr style="width: 100px; margin-left: 150px;"/> $4x^2$	si divide il primo termine ($4x^3$) del polinomio dividendo per il primo termine (x) del binomio divisore e si scrive il risultato $4x^2$ nello spazio in basso a destra
$4x^3 + x^2 - 2x + 1 \quad \quad x + 1$ <hr style="width: 100px; margin-left: 150px;"/> $-4x^3 - 4x^2$ $4x^2$	si moltiplica $4x^2$ per ciascun termine del binomio divisore e si scrive il risultato ($4x^3 + 4x^2$), cambiato di segno , a sinistra sotto i termini dello stesso grado del polinomio ridotto
$4x^3 + x^2 - 2x + 1 \quad \quad x + 1$ <hr style="width: 100px; margin-left: 150px;"/> $-4x^3 - 4x^2$ <hr style="width: 100px; margin-left: 50px;"/> $0 - 3x^2 - 2x + 1 \quad \quad 4x^2$	<p>si sommano i termini simili e si riporta il risultato ottenuto.</p> <p>Tale operazione porta all'eliminazione del termine di grado massimo</p>

Scomposizione di un polinomio mediante la divisione

$\begin{array}{r l} 4x^3 + x^2 - 2x + 1 & x + 1 \\ -4x^3 - 4x^2 & \hline \hline -3x^2 - 2x + 1 & 4x^2 - 3x \end{array}$	<p>si divide il primo termine ($-3x^2$) del polinomio ridotto per il primo termine (x) del binomio divisore e si scrive il risultato $-3x$ nello spazio in basso a destra</p>
$\begin{array}{r l} 4x^3 + x^2 - 2x + 1 & x + 1 \\ -4x^3 - 4x^2 & \hline \hline -3x^2 - 2x + 1 & 4x^2 - 3x \\ +3x^2 + 3x & \hline \hline 0 & x + 1 \end{array}$	<p>si moltiplica $-3x$ per ciascun termine del binomio divisore e si scrive il risultato ($-3x^2 - 3x$), cambiato di segno, a sinistra sotto i termini dello stesso grado del polinomio ridotto</p>
$\begin{array}{r l} 4x^3 + x^2 - 2x + 1 & x + 1 \\ -4x^3 - 4x^2 & \hline \hline -3x^2 - 2x + 1 & 4x^2 - 3x \\ +3x^2 + 3x & \hline \hline 0 & x + 1 \end{array}$	<p>si sommano i termini simili e si riporta il risultato ottenuto</p>
$\begin{array}{r l} 4x^3 + x^2 - 2x + 1 & x + 1 \\ -4x^3 - 4x^2 & \hline \hline -3x^2 - 2x + 1 & 4x^2 - 3x + 1 \\ +3x^2 + 3x & \hline \hline x + 1 & \end{array}$	<p>si divide il polinomio ridotto $x + 1$ per il binomio divisore $x + 1$ e si scrive il risultato $+1$ nello spazio in basso a destra</p>
$\begin{array}{r l} 4x^3 + x^2 - 2x + 1 & x + 1 \\ -4x^3 - 4x^2 & \hline \hline -3x^2 - 2x + 1 & 4x^2 - 3x + 1 \\ +3x^2 + 3x & \hline \hline x + 1 & \\ -x - 1 & \hline \hline 0 & \end{array}$	<p>si moltiplica $+1$ per ciascun termine del binomio divisore e si scrive il risultato ($x + 1$), cambiato di segno, a sinistra sotto i termini dello stesso grado del polinomio ridotto</p>
$\begin{array}{r l} 4x^3 + x^2 - 2x + 1 & x + 1 \\ -4x^3 - 4x^2 & \hline \hline -3x^2 - 2x + 1 & 4x^2 - 3x + 1 \\ +3x^2 + 3x & \hline \hline x + 1 & \\ -x - 1 & \hline \hline 0 & \end{array}$	<p>si sommano i termini simili e si riporta il risultato ottenuto. Se i calcoli sono corretti il resto è zero</p>
<p>Per definizione di divisione si ha:</p> $\text{DIVIDENDO} = \text{QUOZIENTE} \cdot \text{DIVISORE}$	
$4x^3 + x^2 - 2x + 1 = (4x^2 - 3x + 1) \cdot (x + 1)$	