

Disequazioni in valore assoluto

definizione di valore assoluto

$$|x| \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \end{cases} \cup \begin{cases} x < 0 \\ -x \end{cases}$$

il valore assoluto di x è uguale a:

- x se x è maggiore o uguale a zero
- $-x$ se x è minore di zero

disequazioni con un solo valore assoluto ed un polinomio a secondo membro

$$|A| > B \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A > B \end{cases} \cup \begin{cases} A < 0 \\ A < -B \end{cases}$$

$$|A| < B \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A < B \end{cases} \cup \begin{cases} A < 0 \\ A > -B \end{cases}$$

$$|A| \geq B \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A \geq B \end{cases} \cup \begin{cases} A < 0 \\ A \leq -B \end{cases}$$

$$|A| \leq B \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A \leq B \end{cases} \cup \begin{cases} A < 0 \\ A \geq -B \end{cases}$$



nei quattro casi precedenti (ed in generale) l'ultima disequazione del secondo sistema è riportata con il segno cambiato rispetto alla definizione di valore assoluto. Ciò è una consuetudine diffusa ed è algebricamente corretto perché del tutto equivalente alla disequazione ottenuta dalla definizione di valore assoluto

disequazioni con un solo valore assoluto: casi particolari

con un numero positivo n
a secondo membro

con un numero negativo $-n$
a secondo membro

con lo zero
a secondo membro

$$|A| > n \rightarrow A < -n \cup A > n$$

$$|A| > -n \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$

$$|A| > 0 \rightarrow A \neq 0$$

$$|A| \geq n \rightarrow A \leq -n \cup A \geq n$$

$$|A| \geq -n \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$

$$|A| \geq 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$

$$|A| < n \rightarrow \begin{cases} A < n \\ A > -n \end{cases}$$

$$|A| < -n \rightarrow \text{nessuna soluzione}$$

$$|A| < 0 \rightarrow \text{nessuna soluzione}$$

$$|A| \leq n \rightarrow \begin{cases} A \leq n \\ A \geq -n \end{cases}$$

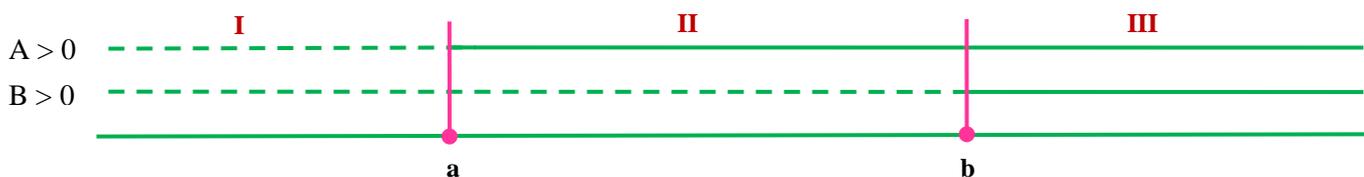
$$|A| \leq -n \rightarrow \text{nessuna soluzione}$$

$$|A| \leq 0 \rightarrow A = 0$$

disequazioni con due o più valori assoluti

$$|A| + |B| \geq C \rightarrow \text{si studia il segno di } A \text{ e } B$$

- si risolvono le disequazioni $A > 0$ e $B > 0$ e dette ad esempio $x > a$ e $x > b$ le loro soluzioni, si rappresentano su grafico
- dall'osservazione del grafico la disequazione si scinde nei seguenti sistemi:



$$\text{I } \begin{cases} x < a \\ -A - B \geq C \end{cases} \cup \text{II } \begin{cases} a \leq x \leq b \\ A - B \geq C \end{cases} \cup \text{III } \begin{cases} x > b \\ A + B \geq C \end{cases}$$