$\sqrt{2}$ è un numero irrazionale

PASSED

enunciato

$\sqrt{2}$ è un numero irrazionale cioè $\sqrt{2}$ **non** si può esprimere come rapporto tra due numeri naturali m ed n (con $n \neq 0$)	$\sqrt{2} \neq \frac{m}{n}$ con $m, n \in N$ ed $n \neq 0$

dimostrazione

Con un **ragionamento per assurdo**, neghiamo la tesi e supponiamo che $\sqrt{2}$ sia un numero razionale, cioè che esistano due numeri naturali m ed n (con $n \neq 0$) tali che $\sqrt{2}$ sia uguale al loro rapporto.	$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$
Eleviamo al quadrato primo e secondo membro. (ciò è corretto perché entrambi i membri sono quantità positive)	$2 = \frac{m^2}{n^2}$
Moltiplichiamo entrambi i membri per n^2.	$2 \cdot n^2 = \frac{m^2}{n^2} \cdot n^2$
Semplifichiamo n^2 al secondo membro. L'**uguaglianza** così ottenuta è **falsa** perché il primo membro contiene il "2" un numero dispari di volte mentre il secondo membro contiene il "2" un numero pari di volte. Infatti:	$\mathbf{2 \cdot n^2 = m^2}$
Il primo membro è formato dal prodotto di un "2" con n^2. Quest'ultimo è un numero naturale elevato al quadrato e, in quanto tale, contiene il "2" un numero pari di volte *(vedi l'osservazione in basso).* Quindi, in totale, il primo membro contiene il "2" un numero **dispari** di volte.	$\mathbf{2 \cdot n^2}$ contiene il **2** un numero **dispari** di volte
Il secondo membro m^2, essendo un numero naturale elevato al quadrato, contiene il "2" un numero **pari** di volte *(vedi l'osservazione in basso).*	$\mathbf{m^2}$ contiene il **2** un numero **pari** di volte
Dunque, l'uguaglianza che si ottiene **negando** la tesi è **falsa**; ciò vuol dire che la tesi **non** può essere negata, quindi deve essere **necessariamente vera** e, pertanto: **$\sqrt{2}$ è un numero irrazionale**	$2 \cdot n^2 \neq m^2 \longrightarrow \sqrt{2} \neq \frac{m}{n}$

La dimostrazione sopra riportata è attribuita ad **Ippaso** di Metaponto seguace di Pitagora vissuto nel V secolo a.c.

osservazione

Mostriamo, con degli esempi, che l'esponente di un numero naturale elevato al quadrato è sempre un numero pari.
Ciò vuol dire che il quadrato di un **numero naturale** contiene nei suoi fattori primi il "**2**" un numero **pari** di volte.

numero naturale	numero al quadrato	quante volte è contenuto il "**2**"
2	$4 = 2^2$	2
3	$9 = 3^2$	0
4	$16 = 2^4$	4
8	$64 = 2^6$	6
10	$100 = 2^2 \cdot 5^2$	2