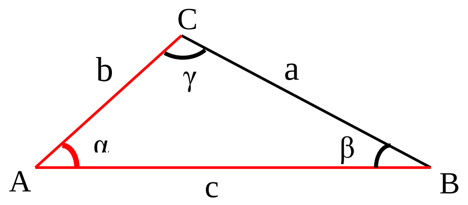
Formule di Trigonometria

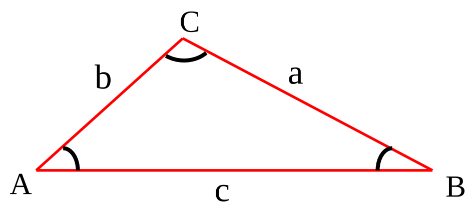
formule di Briggs



dato un triangolo qualsiasi di cui siano note le misure dei lati **a**, **b**, **c** e il **semiperimetro p**, i seni, i coseni, le tangenti e le cotangenti delle semiampiezze degli angoli sono espresse dalle seguenti relazioni:

$sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}$	$cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$	$tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}}$	$cot\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\sqrt{\frac{p(p-a)}{(p-b)(p-c)}}$
$sin\left(\frac{\beta}{2}\right)=\sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{ac}}$	$cos\left(\frac{\beta}{2}\right)=\sqrt{\frac{p(p-b)}{ac}}$	$tan\left(\frac{\beta}{2}\right)=\sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}}$	$cot\left(\frac{\beta}{2}\right)=\sqrt{\frac{p(p-b)}{(p-a)(p-c)}}$
$sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)=\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}$	$cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)=\sqrt{\frac{p(p-c)}{ab}}$	$tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)=\sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}}$	$cot\left(\frac{\gamma}{2}\right)=\sqrt{\frac{p(p-c)}{(p-a)(p-b)}}$

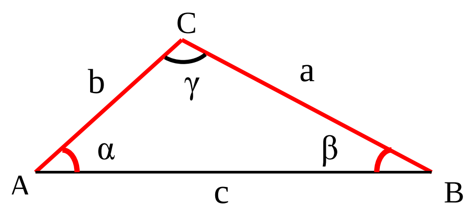
formula di Erone



l'area di un triangolo qualsiasi si esprime in funzione delle lunghezze dei lati **a, b, c** e del **semiperimetro p** come:

$$\mathcal{A}=\sqrt{p\cdot(p-a)\cdot(p-b)\cdot(p-c)}$$

teorema delle tangenti o di Nepero

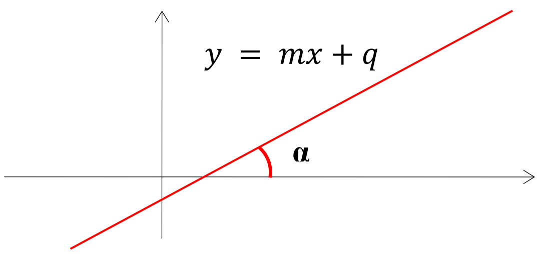


$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{tan\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)}{tan\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)}$$

$$\frac{a+c}{a-c}=\frac{tan\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}\right)}{tan\left(\frac{\alpha-\gamma}{2}\right)}$$

$$\frac{b+c}{b-c}=\frac{tan\left(\frac{\beta+\gamma}{2}\right)}{tan\left(\frac{\beta-\gamma}{2}\right)}$$

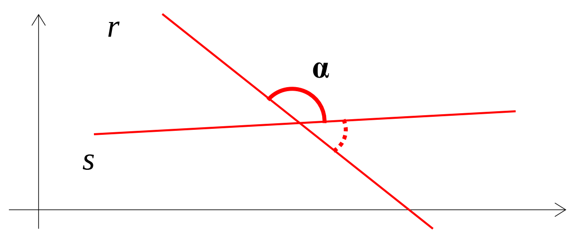
applicazioni della trigonometria alla geometria analitica



significato del coefficiente angolare m di una retta di equazione in forma esplicita $\boldsymbol{y=mx+q}$

$$m=\tan(\alpha)$$

il coefficiente angolare $\boldsymbol{m}$ di una retta, rappresenta il valore della tangente trigonometrica dell'angolo $\boldsymbol{\alpha}$ che la retta forma con la direzione positiva dell'asse delle $\boldsymbol{x}$



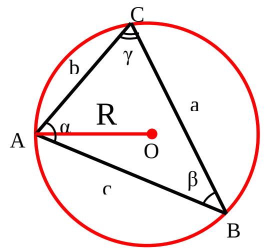
tangente dell'angolo formato da due rette r ed s di coefficiente angolare m_r ed m_s

$$\tan(\alpha)=\frac{m_r-m_s}{1+m_rm_s}$$

se α è **acuto** la tangente è **positiva**
se α è **ottuso** la tangente è **negativa**

Formule di Trigonometria

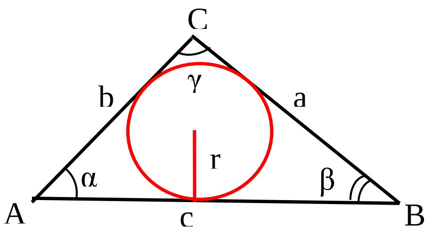
applicazioni della trigonometria alla geometria



raggio R della circonferenza circoscritta ad un triangolo

$$R = \frac{a}{2 \cdot \sin(\alpha)} = \frac{b}{2 \cdot \sin(\beta)} = \frac{c}{2 \cdot \sin(\gamma)}$$

oppure $R = \dfrac{abc}{4\mathcal{A}}$ $\mathcal{A}$ = **area** del triangolo

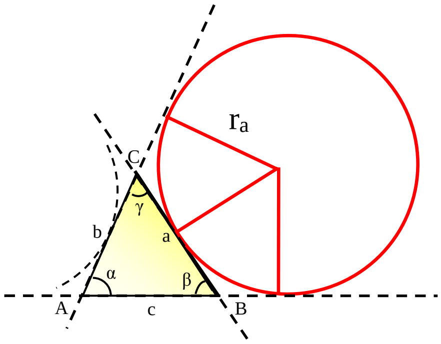


raggio r della circonferenza inscritta in un triangolo

$$r = (p-a) \cdot tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = (p-b) \cdot tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = (p-c) \cdot tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)$$

oppure $r = \dfrac{\mathcal{A}}{p}$ $\mathcal{A}$ = **area** del triangolo

p = **semiperimetro** del triangolo



raggio delle circonferenze ex-inscritte ad un triangolo

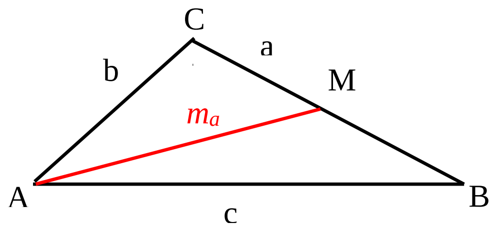
(cioè tangenti a un lato del triangolo e ai prolungamenti degli altri due)

$r_a = p \cdot tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ oppure $r_a = \dfrac{\mathcal{A}}{p-a}$

$r_b = p \cdot tan\left(\frac{\beta}{2}\right)$ oppure $r_b = \dfrac{\mathcal{A}}{p-b}$

$r_c = p \cdot tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)$ oppure $r_c = \dfrac{\mathcal{A}}{p-c}$

$\mathcal{A}$ = **area** del triangolo p = **semiperimetro** del triangolo

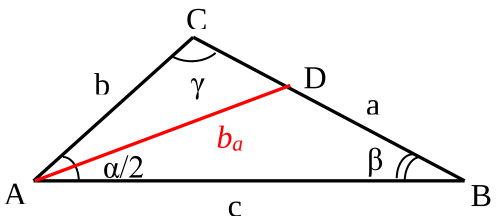


mediane di un triangolo

$$m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$

$$m_b = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

$$m_c = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$$



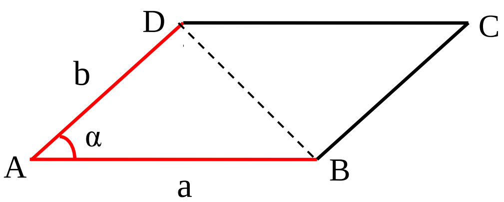
bisettrici di un triangolo

$$b_\alpha = \frac{2 \cdot b \cdot c \cdot cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{b+c}$$

$$b_\beta = \frac{2 \cdot a \cdot c \cdot cos\left(\frac{\beta}{2}\right)}{a+c}$$

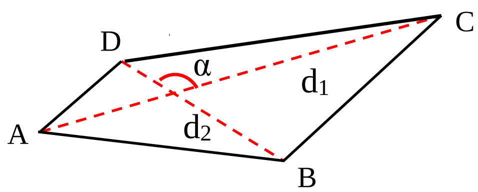
$$b_\gamma = \frac{2 \cdot a \cdot b \cdot cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{a+b}$$

area di un parallelogramma



$$\mathcal{A} = a \cdot b \cdot \sin(\alpha)$$

area di un quadrilatero



$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot \sin(\alpha)$$