

# Introduzione alla logica della deduzione

## premessa

La logica della deduzione analizza la correttezza del ragionamento mediante delle **regole** dette di **inferenza** (cioè di deduzione).

A partire da uno o più enunciati detti **premesse**, si verifica la corretta costruzione di un enunciato detto **conclusione**.

Presentiamo alcune delle più comuni regole di inferenza.

## regola del Modus Ponens

date due proposizioni  $p$  e  $q$ , se  $p$  implica  $q$  è vera e se  $p$  è vera allora anche  $q$  è vera

## esempi

Siano date le due proposizioni:  $p = \text{“ c'è il Sole ”}$   $q = \text{“ sono allegro ”}$

Date le premesse vere “ Se c'è il Sole allora sono allegro. C'è il Sole “

la conclusione vera è: “ sono allegro “

se  $p \rightarrow q$  è vera  
e  $p$  è vera  
anche  $q$  è vera

“ se c'è il Sole allora sono allegro ”  
“ c'è il Sole ”  
“ sono allegro ”

“ Se è venerdì sera allora vado al cinema. E' venerdì sera ” quindi: “ vado al cinema ”

se  $p \rightarrow q$  è vera  
e  $p$  è vera  
anche  $q$  è vera

“ se è venerdì sera allora vado al cinema ”  
“ è venerdì sera ”  
“ vado al cinema ”

“ Se un poligono ha tre lati allora è un triangolo. Il poligono ha tre lati ”

quindi: “ Il poligono è un triangolo ”

se  $p \rightarrow q$  è vera  
e  $p$  è vera  
anche  $q$  è vera

“ se un poligono ha tre lati allora è un triangolo ”  
“ il poligono ha tre lati ”  
“ il poligono è un triangolo ”



la regola del modus ponens è lo schema di ragionamento più usato nelle dimostrazioni dei teoremi. A partire dalle ipotesi (premesse) dichiarate vere si giunge alla verità della tesi (conclusione)

## controesempio

Bisogna fare attenzione ad applicare correttamente lo schema di inferenza. Infatti:

“ Se un animale è un canarino allora ha due zampe. Quell'animale ha due zampe ”

**non** è vero che “ quell'animale è un canarino ”

Date le due proposizioni  $p = \text{“ l'animale è un canarino ”}$  e  $q = \text{“ l'animale ha due zampe ”}$

lo schema di queste premesse ( $p \rightarrow q$  e  $q$ ) non è quello di inferenza del Modus Ponens, avendo  $q$  al posto di  $p$ . Dunque non c'è conclusione e nulla si può dire sul soggetto “quell'animale”

# Introduzione alla logica della deduzione

## regola del Modus Tollens

date due proposizioni  $p$  e  $q$ , se  $p$  implica  $q$  è vera e se non  $q$  è vera allora anche non  $p$  è vera

### esempi

Siano date le due proposizioni:  $p = \text{“ c'è il Sole ”}$   $q = \text{“ sono allegro ”}$

Date le premesse vere “ Se c'è il Sole allora sono allegro. Non sono allegro “

la conclusione vera è: “ non c'è il Sole “

se  $p \rightarrow q$  è vera  
e  $\bar{q}$  è vera  
anche  $\bar{p}$  è vera

“ se c'è il Sole allora sono allegro ”  
“ non sono allegro ” (o “ sono triste ”)  
“ non c'è il Sole ”

“ Se il treno passa in orario sarò a cena da te. Non sarò a cena da te ”

quindi: “ il treno non passa in orario ”

se  $p \rightarrow q$  è vera  
e  $\bar{q}$  è vera  
anche  $\bar{p}$  è vera

“ se il treno passa in orario sarò a cena da te ”  
“ non sarò a cena da te ”  
“ il treno non passa in orario ”

“ Se studio prendo un bel voto. Non ho preso un bel voto ” quindi: “ non ho studiato ”

se  $p \rightarrow q$  è vera  
e  $\bar{q}$  è vera  
anche  $\bar{p}$  è vera

“ se studio prendo un bel voto ”  
“ non ho preso un bel voto ”  
“ non ho studiato ”

### controesempio

Bisogna fare attenzione ad applicare correttamente lo schema di inferenza. Infatti:

“ Se mangio troppi dolci aumento di peso. Non mangio troppi dolci ”

**non** è vero che “ non aumento di peso ”

Date le due proposizioni  $p = \text{“ mangio troppi dolci ”}$  e  $q = \text{“ aumento di peso ”}$

lo schema di queste premesse ( $p \rightarrow q$  e  $\bar{p}$ ) non è quello di inferenza del Modus Tollens, avendo  $\bar{p}$  al posto di  $\bar{q}$ . Dunque non c'è conclusione e nulla si può dire sull' “ aumento di peso ”

## sillogismo (definizione generale)

date due proposizioni  $p$  e  $q$  dette premesse e data la proposizione  $r$  detta conclusione

se  $q$  è contenuta in  $p$  ed  $r$  è contenuta in  $q$  anche  $r$  è contenuta in  $p$  ed  $r$  è vera

### esempi

Siano date le due premesse  $p = \text{“ Tutti gli uomini sono mortali ”}$  e  $q = \text{“ Socrate è un uomo ”}$

la conclusione  $r = \text{“ Socrate è mortale ”}$  è vera perché:

$q$  è contenuta in  $p$  mediante il concetto di *uomo*

$r$  è contenuta in  $q$  mediante il nome *Socrate*

allora per transitività  $r$  è contenuta in  $p$  ed  $r$  è vera

# Introduzione alla logica della deduzione

“ Tutti i francesi sono europei. I parigini sono francesi ”

quindi la conclusione vera è “ i parigini sono europei ”.

Infatti la seconda proposizione è contenuta nella prima mediante la parola *francesi* e la terza è contenuta nella seconda mediante la parola *parigini*. La terza è quindi contenuta nella prima per transitività ed è vera

## controesempio

Bisogna fare attenzione alla corretta inclusione delle proposizioni altrimenti non si costruisce un sillogismo. Infatti in:

“ Tutti i felini sono mammiferi. Tutti i cani sono mammiferi ”

**non** è vero che “ tutti i cani sono felini ”

perché la seconda premessa non è contenuta nella prima. “ Tutti i cani sono mammiferi ” aggiunge solo una informazione che non è premessa per il sillogismo.



Il sillogismo corretto è: “ Tutti i felini sono mammiferi. Leo è un felino ” quindi “ Leo è un mammifero ”



Nelle domande di alcuni quiz di logica sono inserite più proposizioni di cui solo alcune rispettano la corretta inclusione di un sillogismo. La conclusione vera, ossia la risposta esatta, è da ricercarsi nella proposizione che completa la catena di inclusioni. Vediamolo con un esempio.

*Domanda da quiz:* se “ Tutti i corrieri sono dinamici. Luca è audace. Tutte le persone audaci sono dinamiche ” individua quale, tra le seguenti affermazioni, completa correttamente il sillogismo: “ I corrieri sono audaci ”, “ Luca è un corriere ”, “ Luca è dinamico ”

*Risposta esatta:* “Luca è dinamico”

*Spiegazione:* Delle tre premesse indicate, solo “ Luca è audace ” e “ Tutte le persone audaci sono dinamiche ” sono incluse tra loro. Si verifica facilmente che delle tre conclusioni suggerite solo “Luca è dinamico ” è inclusa in “ Tutte le persone audaci sono dinamiche ” e quindi è vero che “ Luca è dinamico ”.

## sillogismo (definizione per implicazione)

Date tre proposizioni  $p$   $q$  ed  $r$ , se  $p$  implica  $q$  e se  $q$  implica  $r$  sono vere allora  $p$  implica  $r$  è vera

## esempi

Siano date le proposizioni  $p =$  “ Luca è romano ”  $q =$  “ Luca è italiano ”  $r =$  “ Luca è europeo ”

se  $p \rightarrow q$  è vera

e  $q \rightarrow r$  è vera

anche  $p \rightarrow r$  è vera

“ se Luca è romano allora Luca è italiano ”

“ se Luca è italiano allora Luca è europeo ”

“ se Luca è romano allora Luca è europeo ”

“ Se domani è domenica vengono i nonni e se vengono i nonni ricevo un regalo.

Se domani è domenica ricevo un regalo ” è un sillogismo corretto perché:

se  $p \rightarrow q$  è vera

e  $q \rightarrow r$  è vera

anche  $p \rightarrow r$  è vera

“ se domani è domenica vengono i nonni ”

“ se vengono i nonni ricevo un regalo ”

“se domani è domenica ricevo un regalo ”