Teorema sul parallelogramma

enunciato

In ogni parallelogramma:

a) i lati opposti sono congruenti

b) gli angoli opposti sono congruenti

c) le diagonali si incontrano nel loro punto medio

d) gli angoli adiacenti allo stesso lato sono supplementari

Hp: $AB \parallel DC$ e $AD \parallel BC$

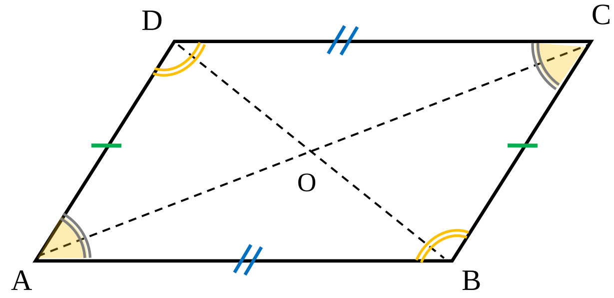
Th: a) $AB \cong DC$ e $AD \cong BC$

b) $\hat{A} \cong \hat{C}$ e $\hat{B} \cong \hat{D}$

c) $AO \cong OC$ e $DO \cong OB$

d) $\hat{A} + \hat{D} \cong 180°$ e $\hat{A} + \hat{B} \cong 180°$

$\hat{B} + \hat{C} \cong 180°$ e $\hat{D} + \hat{C} \cong 180°$



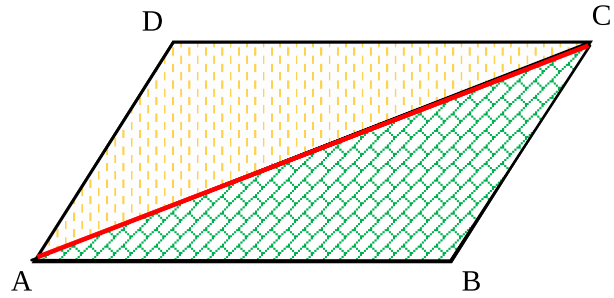
dimostrazione del punto a)

Consideriamo la diagonale AC.

Consideriamo i triangoli ABC e ACD.

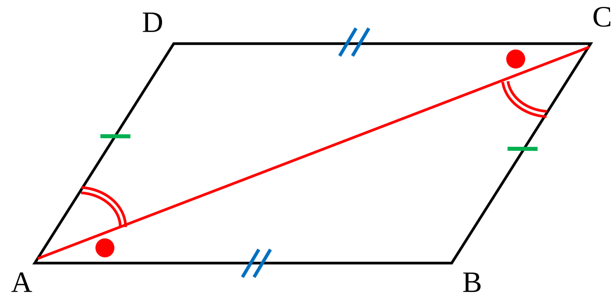
Essi hanno (vedi seconda figura):

- il lato AC è in comune
- gli angoli $B\hat{A}C$ e $A\hat{C}D$ congruenti perché angoli alterni interni delle rette parallele AB e CD tagliate dalla trasversale AC
- gli angoli $D\hat{A}C$ e $B\hat{C}A$ congruenti perché angoli alterni interni delle rette parallele AD e CB tagliate dalla trasversale AC.



I triangoli hanno allora due angoli e il lato compreso congruenti e quindi sono congruenti per il secondo criterio di congruenza dei triangoli.

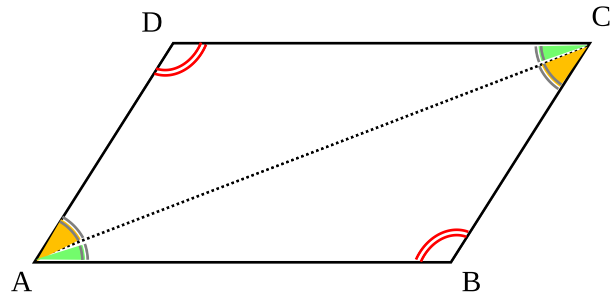
In particolare avranno il lato AB congruente al lato DC e il lato AD congruente al lato BC, perché elementi corrispondenti di triangoli congruenti.



dimostrazione del punto b)

Dalla congruenza dei triangoli ACD e ABC segue che:

- l'angolo $\hat{B}$ è congruente all'angolo $\hat{D}$ perché elementi corrispondenti di triangoli congruenti.
- tutto l'angolo $\hat{A}$ è congruente a tutto all'angolo $\hat{C}$ perché somme di angoli congruenti.



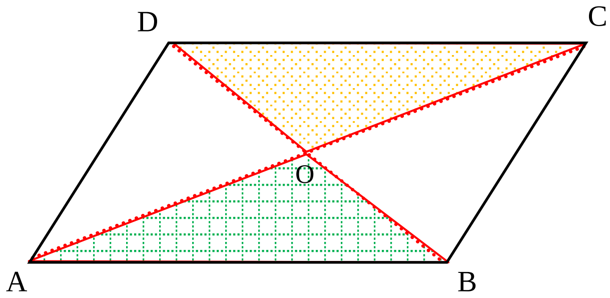
Teorema sul parallelogramma

dimostrazione del punto c)

Tracciamo le diagonali AC e BD e consideriamo i triangoli ABO e CDO.

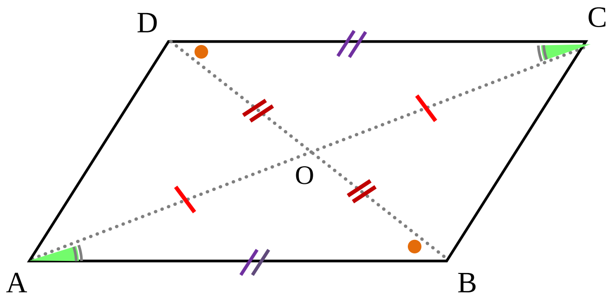
Essi hanno (vedi seconda figura):

- i lati AB e CD congruenti perché lati opposti di un parallelogramma
- l'angolo $B\hat{A}O$ congruente all'angolo $O\hat{C}D$ perché angoli alterni interni delle rette parallele AB e CD tagliate dalla trasversale AC
- l'angolo $A\hat{B}O$ congruente all'angolo $C\hat{D}O$ perché angoli alterni interni delle rette parallele AB e CD tagliate dalla trasversale DB.



I triangoli ABO e CDO hanno due angoli e il lato compreso congruenti e quindi sono congruenti per il secondo criterio di congruenza.

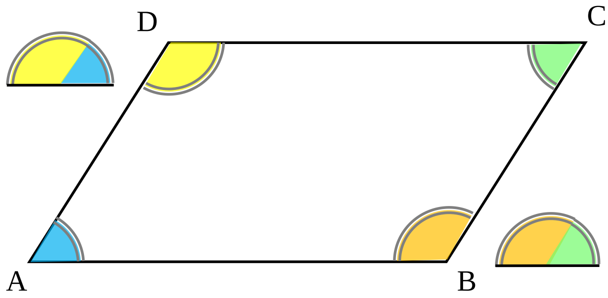
In particolare avranno il lato AO congruente al lato OC e il lato DO congruente al lato OB, perché elementi corrispondenti di triangoli congruenti.



dimostrazione del punto d)

L'angolo $\hat{A}$ e l'angolo $\widehat{D}$ sono coniugati interni delle rette parallele AB e DC tagliate dalla trasversale AD e quindi sono supplementari.

L'angolo $\hat{B}$ e l'angolo $\hat{C}$ sono coniugati interni delle rette parallele AB e DC tagliate dalla trasversale BC quindi sono supplementari.



L'angolo $\hat{A}$ e l'angolo $\hat{B}$ sono coniugati interni delle rette parallele AD e BC tagliate dalla trasversale AB quindi sono supplementari.

L'angolo $\widehat{D}$ e l'angolo $\hat{C}$ sono coniugati interni delle rette parallele AD e BC tagliate dalla trasversale DC quindi sono supplementari.