

ESAMI DI STATO: Indirizzo Scientifico
Sessione ordinaria 2005
SECONDA PROVA SCRITTA
Tema di Matematica

Il candidato risolve uno dei due problemi e 4 dei quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Sia $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2}$ e sia $F(x)$ la sua primitiva tale che $F(1) = f(1)$.

Siano inoltre φ e Φ le curve rappresentative rispettivamente di f e F .

1. Nel piano riferito ad assi cartesiani, ortogonali e monometrici, si disegnino φ e Φ ;
2. si determinino le coordinate dei punti comuni a φ e Φ e le equazioni delle tangenti alle due curve in tali punti;
3. si determini l'area della regione finita di piano delimitata dalle due curve e dalla retta $x + 2 = 0$

PROBLEMA 2

Il triangolo ABC ha il lato BC che è il doppio di CA di lunghezza k mentre il triangolo rettangolo ABD, con D dalla parte opposta di C rispetto ad AB, ha il cateto AB che è il doppio di BD.

1. Si esprima l'area del quadrilatero AD BC in funzione dell'angolo ACB;
2. si determini il valore di ACB cui corrisponde il quadrilatero di area massima;
3. di tale quadrilatero si determini area e perimetro.

QUESTIONARIO

1. Prova che fra tutti i cilindri inscritti in un cono circolare retto ha volume massimo quello la cui altezza è la terza parte di quella del cono.
2. S_n indica la somma di n termini in progressione geometrica di primo termine $1/3$ e ragione

$$1/3. \text{ Calcola il } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n}$$

3. Una piramide ha la base quadrata e l'altezza uguale a 10cm . Quanti piani paralleli alla base dividono la piramide in due parti i cui volumi sono nel rapporto $7:3$? Quali sono le distanze di tali piani dal vertice della piramide?
4. Considera la cubica $y = x^3$ e illustra le variazioni che intervengono nel suo grafico per l'aggiunta ad x^3 di un termine kx al variare di k nell'insieme dei numeri reali.
5. Due lati di un triangolo misurano a e b . Determina il terzo lato in modo che l'area sia massima.
6. Calcola la derivata della funzione $y = \arctg x + \arctg \frac{1}{x}$

Cosa puoi dire della funzione? E' costante? Illustra il perché della tua risposta.

7. Spiega come utilizzeresti il teorema di Carnot per trovare la distanza tra due punti accessibili ma separati da un ostacolo.
8. Quando una funzione f è invertibile? Come si può calcolare la derivata della funzione inversa f^{-1} ? Fai un esempio.

Durata della prova: 6 ore.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.