

**Y557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSO SPERIMENTALE

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

*Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.***PROBLEMA 1**Nel piano Oxy sono date le curve  $\lambda$  e  $r$  d'equazioni:

$$\lambda: x^2 = 4(x - y) \quad \text{e} \quad r: 4y = x + 6.$$

1. Si provi che  $\lambda$  e  $r$  non hanno punti comuni.
2. Si trovi il punto  $P \in \lambda$  che ha distanza minima da  $r$ .
3. Si determini l'area della regione finita di piano racchiusa da  $\lambda$  e dalla retta  $s$ , simmetrica di  $r$  rispetto all'asse x.
4. Si determini il valore di  $c$  per il quale la retta  $y = c$  divide a metà l'area della regione  $S$  del I quadrante compresa tra  $\lambda$  e l'asse x.
5. Si determini il volume del solido di base  $S$  le cui sezioni ottenute con piani ortogonali all'asse x sono quadrati.

**PROBLEMA 2**Si consideri la funzione  $f$  definita sull'intervallo  $[0; +\infty [$  da:

$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - 2 \log x) + 1 \quad \text{se } x > 0 \end{cases}$$

e sia  $C$  la sua curva rappresentativa nel riferimento Oxy, ortogonale e monometrico.

1. Si stabilisca se  $f$  è *continua* e *derivabile* in 0.
2. Si dimostri che l'equazione  $f(x) = 0$  ha, sull'intervallo  $[0; +\infty [$ , un'unica radice reale e se ne calcoli un valore approssimato con due cifre decimali esatte.
3. Si disegni  $C$  e si determini l'equazione della retta  $r$  tangente a  $C$  nel punto di ascissa  $x = 1$ .
4. Sia  $n$  un intero naturale non nullo. Si esprima, in funzione di  $n$ , l'area  $A_n$  del dominio piano delimitato dalla curva  $C$ , dalla retta tangente  $r$  e dalle due rette:  $x = \frac{1}{n}$  e  $x = 1$ .
5. Si calcoli il limite per  $n \rightarrow +\infty$  di  $A_n$  e si interpreti il risultato ottenuto.

**Y557 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSO SPERIMENTALE

PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

**QUESTIONARIO**

1. Si dimostri che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio e si utilizzi il risultato per calcolare  $\text{sen}18^\circ$ ,  $\text{sen}36^\circ$ .
2. Si dia una definizione di retta tangente ad una curva. Successivamente, si dimostri che la curva  $y = x \text{ sen } x$  è tangente alla retta  $y = x$  quando  $\text{sen } x = 1$  ed è tangente alla retta  $y = -x$  quando  $\text{sen } x = -1$ .
3. Si determinino le equazioni di due simmetrie assiali  $\sigma$  e  $\varphi$  la cui composizione  $\sigma \circ \varphi$  dia luogo alla traslazione di equazione:

$$\begin{cases} x' = x + \sqrt{5} \\ y' = y - \sqrt{5} \end{cases}$$

Si determinino poi le equazioni della trasformazione che si ottiene componendo le due simmetrie in ordine inverso  $\varphi \circ \sigma$ .

4. Una bevanda viene venduta in lattine, ovvero contenitori a forma di cilindro circolare retto, realizzati con fogli di latta. Se una lattina ha la capacità di  $0,4$  litri, quali devono essere le sue dimensioni in *centimetri*, affinché sia minima la quantità di latta necessaria per realizzarla? (Si trascuri lo spessore della latta).
5. Come si definisce e quale è l'importanza del numero  $e$  di *Nepero* [nome latinizzato dello scozzese John Napier (1550-1617)]? Si illustri una procedura che consenta di calcolarlo con la precisione voluta.
6. Le rette  $r$  e  $s$  d'equazioni rispettive  $y = 1 + 2x$  e  $y = 2x - 4$  si corrispondono in una omotetia  $\sigma$  di centro l'origine  $O$ . Si determini  $\sigma$ .
7. Come si definisce  $n!$  (*n fattoriale*) e quale ne è il significato nel calcolo combinatorio? Quale è il suo legame con i coefficienti binomiali? Perché?
8. Si trovi l'equazione della retta tangente alla curva di equazioni parametriche  $x = e^t + 2$  e  $y = e^{-t} + 3$  nel suo punto di coordinate  $(3, 4)$ .
9. Quale è la probabilità di ottenere 10 lanciando due dadi? Se i lanci vengono ripetuti quale è la probabilità di avere due 10 in sei lanci? E quale è la probabilità di avere almeno due 10 in sei lanci?
10. Il 40% della popolazione di un Paese ha 60 anni o più. Può l'età media della popolazione di quel Paese essere uguale a 30 anni? Si illustri il ragionamento seguito per dare la risposta.

---

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.