Sessione suppletiva 2007

Seconda prova scritta

Ministero della Pubblica Istruzione

X02M - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: SCIENTIFICO - TECNOLOGICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.

PROBLEMA 1

Si consideri la funzione integrale:

$$f(x)=\int_0^x (e^{3t}+2e^{2t}-3e^t)dt$$

1. Si studi tale funzione e si tracci il suo grafico C, su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy).
2. Si scriva l'equazione della normale alla curva C nel punto di ascissa log2.
3. Si calcoli l'area della superficie piana, delimitata dalla curva C, dall'asse delle ascisse e dalla retta di equazione x=log3.
4. Tenuto conto che: $\log 2=\int_1^2 \frac{1}{x}dx$

   si calcoli un valore approssimato di log2, utilizzando uno dei metodi di integrazione numerica studiati.

PROBLEMA 2

Rispetto ad un sistema di assi cartesiani ortogonali (Oxy) si consideri il punto A(2,0).

1. Si scriva l'equazione del luogo dei punti del piano che verificano la condizione:

   $$\overline{PO}^2 + 2\overline{PA}^2 = 8,$$

   controllando che si tratta di una circonferenza di cui si calcolino le coordinate del centro e il raggio.
2. Si determini l'ampiezza dell'angolo acuto formato dalla retta OB con la tangente alla circonferenza in B, essendo B il punto della curva avente la stessa ascissa di A e ordinata positiva.
3. Si scriva l'equazione della parabola cubica $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ che presenta, nell'origine, un flesso con tangente orizzontale e passa per B; si studi tale funzione e si tracci il suo grafico C.
4. Si calcoli l'area della regione finita di piano limitata dal segmento OB e dall'arco OB della suddetta parabola cubica.

Sessione suppletiva 2007

Seconda prova scritta

Ministero della Pubblica Istruzione

X02M - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: SCIENTIFICO - TECNOLOGICO

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Si calcoli il volume del solido generato in una rotazione completa attorno all'asse delle x della regione finita di piano delimitata dalla curva $y = 2/x$ e dalla retta di equazione $y = -x + 3$.
2. Si calcoli il valore medio della funzione $y = \operatorname{sen}^3 x$, nell'intervallo $0 \leq x \leq \pi$.
3. Data la funzione $y = x^3 + kx^2 - kx + 3$, nell'intervallo chiuso $[1,2]$, si determini il valore di k per il quale sia ad essa applicabile il teorema di Rolle e si trovi il punto in cui si verifica la tesi del teorema stesso.
4. Si consideri la seguente proposizione: "In ogni triangolo isoscele la somma delle distanze di un punto della base dai due lati eguali è costante". Si dica se è vera o falsa e si motivi esaurientemente la risposta.
5. Si dimostri che l'equazione $e^x - x^3 = 0$ ha un'unica radice reale e se ne calcoli un valore approssimato con due cifre decimali esatte.
6. Si scelga a caso un punto P all'interno di un cerchio. Si determini la probabilità che esso sia più vicino al centro che alla circonferenza del cerchio.
7. Servendosi in maniera opportuna del principio di Cavalieri nel piano, si dimostri che l'area di un'ellisse di semiassi a, b è $S = \pi ab$.
8. Si calcoli il limite della funzione $\dfrac{x - \operatorname{sen} x}{x(1 - \cos x)}$, quando x tende a 0.
9. Si verifichi che la curva di equazione $y = x^3 + 3x^2 - 1$ è simmetrica rispetto al suo punto di flesso.
10. Si risolva la disequazione $5\binom{x}{3} \leq \binom{x+2}{3}$.

Durata massima della prova: 6 ore.
È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.
Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.