



**MINISTERO DELL'ISTRUZIONE, DELL'UNIVERSITA' E DELLA RICERCA
SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO (EUROPA)**

ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Nel piano cartesiano Oxy è data la circonferenza \mathcal{C} d'equazione $x^2 + y^2 = 25$.

- Si scrivano le equazioni delle tangenti a \mathcal{C} nei suoi punti d'ordinata $y = 3$.
- Si tracci una corda \overline{MN} perpendicolare al diametro \overline{AB} con $A(0, -5)$ e $B(0, 5)$. Si trovino le coordinate dei punti M e N di \mathcal{C} in modo che l'area del triangolo AMN sia massima.
- Con l'aiuto di una calcolatrice, si calcoli la lunghezza dell'arco tra i punti $P(5, 0)$ e $Q(4, 3)$ di \mathcal{C} .
- Il settore circolare POQ è la base di un solido \mathcal{W} che tagliato con piani perpendicolari all'asse x dà tutte sezioni quadrate. Si calcoli il volume di \mathcal{W} .

PROBLEMA 2

Nel piano riferito ad un sistema Oxy di coordinate cartesiane siano assegnate le parabole d'equazioni: $y^2 = 2ax$ e $x^2 = ay$, con $a > 0$

- Si disegnino le due parabole e si denoti con A il loro punto d'intersezione diverso dall'origine O .
- Sia B la proiezione ortogonale di A sull'asse x . Si dica se il segmento OB risolve il problema della duplicazione del cubo di spigolo a . Posto $a = 2$ e non disponendo di una calcolatrice come si può procedere per avere l'approssimazione di $\sqrt[3]{2}$ a meno di 10^{-1} ?
- Sia \mathcal{D} la parte di piano delimitata dagli archi delle due parabole di estremi O e A . Si determini l'area di \mathcal{D} .
- Si calcoli il volume del solido generato da \mathcal{D} in una rotazione completa attorno alla all'asse y .

QUESTIONARIO

1. Un tetraedro regolare e un cubo hanno superfici equivalenti. Si determini il rapporto dei rispettivi spigoli.
2. Si dimostri che l'equazione:

$$x^{11} + 11x + 5 = 0$$

ha una sola radice compresa fra -1 e 0 .

3. Si determini il campo di esistenza della funzione:

$$f: x \rightarrow \ln(-2x^2 + 4x + 6)$$

4. Qual è il periodo della funzione $f(x) = \cos(3x+1)$? Si dia ragione della risposta.
5. Si sa che una grandezza fisica y dipende da un'altra x secondo una legge del tipo $y = kx^\alpha$ dove k e α sono costanti incognite. Una misura simultanea di x e y , eseguita in due diverse situazioni, ha dato i risultati riportati nella tabella seguente:

x	2	3
y	6,4	14,4

Si calcolino k e α .

6. Si calcoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

7. Dati due punti A e B distanti tra loro $4dm$, si dica qual è il luogo dei punti C dello spazio tali che il triangolo ABC sia rettangolo in A ed abbia area uguale a $2 cm^2$.
8. Si determini il cilindro di massimo volume che si può inscrivere in una sfera di $60cm$ di raggio. Quale è la capacità di tale cilindro, espressa in litri?

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.