


 Ministero dell'Istruzione, ~~dell'Università~~ e della Ricerca

X02C – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSI SPERIMENTALI

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Sia $f(x) = \sqrt{\ln^2(-x) - \ln x^2 + 1}$ e sia $g(x) = \sqrt{\ln^2(x) - \ln x^2 + 1}$

1. Si determinino i domini di f e di g .
2. Si disegnino, nel medesimo sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy , i grafici di f e di g .
3. Si determinino, se esistono, le coordinate degli eventuali punti di discontinuità o di non derivabilità di f e di g rispettivamente.
4. Si calcoli l'area compresa tra $g(x)$ e l'asse x per $e \leq x \leq 2e$.

PROBLEMA 2

Siano f e g le funzioni definite, per tutti gli x reali, da

$$f(x) = |8x^3| \quad \text{e} \quad g(x) = \text{sen}(\pi x)$$

1. Fissato un conveniente sistema di riferimento cartesiano Oxy , si studino f e g e se ne disegnino i rispettivi grafici G_f e G_g .
2. Si scrivano le equazioni delle rette r e s tangenti, rispettivamente, a G_f e G_g nel punto di ascissa $x = \frac{1}{2}$. Quale è la misura, in gradi e primi sessagesimali, dell'angolo acuto individuato da r e da s ?
3. Si calcoli l'area della regione R racchiusa, tra G_f e G_g .
4. Si scrivano, spiegandone il perchè, ma senza calcolarli, gli integrali definiti che forniscono i volumi dei solidi K e W ottenuti dalle rotazioni di R , attorno alle rette $y=0$ e $y=-1$, rispettivamente.



 Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

X02C – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSI SPERIMENTALI

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Cosa rappresenta il seguente limite e qual è il suo valore?

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\tan\left(\frac{\pi}{6} + h\right) - \tan\left(\frac{\pi}{6}\right)}{h}$$

2. Si calcoli la derivata diciassettesima di $f(x) = \cos x$.
3. Si lancino due dadi. Qual è la probabilità che uno e soltanto uno dei due numeri sia 5?
4. Si scriva l'equazione della retta normale al grafico di $y = \sin^2 x$ nel punto di ascissa $x = \frac{\pi}{4}$.
5. Si mostri che, nello sviluppo di $(a+b)^n$, il coefficiente del termine $a^k b^{n-k}$ è uguale a $\frac{n!}{k!(n-k)!}$.
6. E' noto che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio. Si utilizzi il risultato per calcolare $\sin \frac{\pi}{10}$.
7. E' dato un tetraedro regolare di spigolo l e altezza h . Si determini l'ampiezza dell'angolo α formato da l e da h .
8. Fra le piramidi rette a base quadrata di assegnata superficie laterale S , si determini quella di volume massimo.
9. Il problema di Erone (matematico alessandrino vissuto probabilmente nella seconda metà del I secolo d.C.) consiste, assegnati nel piano due punti A e B , situati dalla stessa parte rispetto ad una retta r , nel determinare il cammino minimo che congiunge A con B toccando r . Si risolva il problema nel modo che si preferisce.
10. Quale delle seguenti funzioni è positiva per ogni x reale?

A) $\cos(\sin(x^2 + 1))$ B) $\sin(\cos(x^2 + 1))$ C) $\sin(\ln(x^2 + 1))$ D) $\cos(\ln(x^2 + 1))$.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.