

1	In un triangolo isoscele l'angolo alla base è doppio dell'angolo al vertice. Calcola le ampiezze dei tre angoli
2	Un triangolo rettangolo ha l'ipotenusa doppia di un cateto. Calcola le ampiezze dei tre angoli
3	Dimostra che in un triangolo isoscele le altezze relative ai lati congruenti sono congruenti e che la retta passante per i piedi di tali altezze è parallela alla base.
4	Del triangolo rettangolo ABC, retto in A, considera la bisettrice AD dell'angolo retto e la perpendicolare a questa passante per B che interseca AC in P; dimostra che $DP \cong BD$ .
5	E' data la bisettrice AO dell'angolo BAC del triangolo acutangolo ABC; la perpendicolare ad AO condotta da B la incontra in P. Dimostra che la retta parallela ad AC condotta da P incontra AB nel suo punto medio.
6	Determina le misure delle ampiezze degli angoli acuti di un triangolo rettangolo sapendo che l'altezza relativa all'ipotenusa divide l'angolo in due parti di cui una è $\frac{4}{5}$ dell'altra.
7	Dimostra che il punto medio della base di un triangolo isoscele è equidistante dai due lati congruenti.
8	Dimostra che in un triangolo gli estremi di un lato sono equidistanti dalla retta della mediana relativa al lato stesso.
9	E' dato un triangolo rettangolo isoscele ABC, retto in A; per A, esternamente al triangolo, traccia una retta qualsiasi e conduci i segmenti ad essa perpendicolari BH e CK. Dimostra che HK è congruente alla somma di BH con CK.
10	Due triangoli hanno ordinatamente congruenti un lato, la mediana e l'altezza ad esso relativa; dimostra che i due triangoli sono congruenti.
11	L'angolo di vertice A del triangolo ABC misura $45^\circ$ ; la perpendicolare ad AB per il suo punto medio interseca AC nel punto P; dimostra che $BP \perp AC$ .

12	Sia BH l'altezza relativa al lato AC del triangolo isoscele ABC; dimostra che l'angolo HBC è congruente alla metà dell'angolo al vertice A.
13	Dimostra che in un triangolo i tre vertici sono equidistanti dalla retta che passa per i punti medi di due lati del triangolo.
14	Due triangoli isosceli hanno congruenti un lato e l'altezza ad esso relativa. Dimostra che sono congruenti.
15	Sia A il vertice dell'angolo retto del triangolo rettangolo ABC; da C si conduca la perpendicolare ad AC e su di essa, nel semipiano contenente B, si prenda il segmento $CD \cong CA$ . Dimostra che AD è bisettrice dell'angolo in A.
16	Nel triangolo ABC, la mediana relativa al lato maggiore AB è congruente alla metà di AB; dimostra che il triangolo dato è rettangolo in C.
17	E' dato il triangolo isoscele ABC di vertice A; il punto D del lato AB è tale che l'angolo DCB è congruente alla metà dell'angolo al vertice; dimostra che l'angolo CDB è $90^\circ$ .
18	E' dato il triangolo rettangolo ABC; siano AM, AH e AD rispettivamente la mediana e l'altezza relativa all'ipotenusa BC e la bisettrice dell'angolo retto A; dimostra che AD è anche bisettrice dell'angolo $M\hat{A}H$ .
19	Dimostra che in ogni triangolo rettangolo le proiezioni di un cateto sull'ipotenusa e sulla retta della mediana relativa all'ipotenusa sono congruenti.
20	Dimostra che se in un triangolo rettangolo un angolo acuto è il doppio dell'altro, l'ipotenusa è doppia del cateto minore.
21	In un triangolo ABC la mediana AM è maggiore della metà del lato BC. Dimostra che $C\hat{A}B$ è acuto.
22	In un triangolo ABC isoscele sulla base BC, prolunga BC, dalla parte di C, di un segmento $CD \cong AC$ . Dimostra che gli angoli alla base del triangolo isoscele ACD sono la metà degli angoli alla base del triangolo ABC.

23	Dimostra che in un triangolo rettangolo l'angolo formato dalla mediana e dall'altezza relativa all'ipotenusa è congruente alla differenza dei due angoli acuti del triangolo.
24	Sia ABC un triangolo isoscele di base BC. Traccia la bisettrice dell'angolo $\widehat{CAB}$ . Dimostra che ogni punto P della bisettrice ha uguale distanza da B e da C.
25	Disegna un triangolo isoscele sulla base AB. Scegli sul lato AC un punto E. Dimostra che il segmento BE è maggiore del segmento AE.
26	Dimostra che ciascun angolo esterno adiacente a un angolo alla base di un triangolo isoscele è sempre ottuso.
27	Dimostra che se due triangoli isosceli hanno ordinatamente congruenti la base e l'angolo al vertice, sono congruenti.
28	Dimostra che l'altezza relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo divide il triangolo in due triangoli equiangoli al triangolo dato.
29	Dimostra che se in un triangolo la bisettrice di un angolo è anche mediana, il triangolo è isoscele.
30	Dimostra che in due triangoli congruenti le mediane relative ai lati rispettivamente congruenti sono congruenti.
31	Dimostra che in due triangoli congruenti le bisettrici degli angoli rispettivamente congruenti sono congruenti.
32	Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti un cateto e la mediana relativa all'altro cateto.
33	Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti un cateto e la bisettrice dell'angolo retto.
34	Sia ABC un triangolo e sia E un punto interno ad esso. Congiungi E con i vertici B e C. Dimostra che $\widehat{BEC} > \widehat{CAB}$ .

35	Verifica che due altezze di un triangolo acutangolo formano un angolo ottuso che è supplementare dell'altro angolo del triangolo.
36	Traccia le bisettrici degli angoli $\widehat{CAB}$ e $\widehat{CBA}$ del triangolo equilatero ABC. Detto E il loro punto di intersezione, dimostra che i triangoli ABE, BEC e AEC sono congruenti.
37	Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti un angolo acuto e la bisettrice uscente dal vertice di quest'angolo.
38	Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti un cateto e la bisettrice dell'angolo acuto adiacente.
39	Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti un cateto e la mediana ad esso relativa.
40	Dimostra che due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti l'altezza relativa all'ipotenusa e la bisettrice dell'angolo retto.
41	Siano dati i triangoli ABC e DEF con $AC \cong DE$ , $\widehat{A} > \widehat{B}$ e $\widehat{F} > \widehat{D}$ . Dimostra che $BC > FE$ .
42	In un triangolo ABC, un angolo esterno di vertice C è la somma degli angoli interni al triangolo adiacenti a BC. Dimostra che $AB \cong BC$ .
43	Sia ABC un triangolo e sia AP la bisettrice dell'angolo $\widehat{CAB}$ . Dimostra che $\widehat{APB} > \widehat{PAB}$ .
44	Verifica che in un triangolo isoscele la somma degli angoli esterni adiacenti agli angoli alla base supera di un angolo piatto l'angolo al vertice.
45	Dimostra che, se in un triangolo un angolo è congruente alla somma degli altri due, allora il triangolo è rettangolo.
46	Dimostra che, se in un triangolo un angolo esterno è congruente alla somma dell'angolo interno a esso adiacente con un altro angolo interno, allora il triangolo considerato è isoscele.

47	Verifica che in ogni triangolo la bisettrice di un angolo divide il lato opposto in due segmenti, ognuno dei quali risulta sempre minore del consecutivo del triangolo.
48	Per gli estremi di un segmento AB e da parti opposte a esso traccia due semirette AM e BN che formino angoli congruenti con AB: $\widehat{BAM} \cong \widehat{ABN}$ . Sulle due semirette stacca poi due segmenti AC e BD congruenti, e congiungi C con D. Dimostra che il segmento CD incontra AB nel suo punto medio M.
49	In un triangolo ABC, un angolo esterno di vertice B è il doppio dell'angolo interno di vertice C. Dimostra che il triangolo è isoscele sulla base AC.
50	Il triangolo ABC, isoscele e acutangolo, ha il lato obliquo congruente a quello di un triangolo rettangolo isoscele A'B'C'. Dimostra che le basi di questi triangoli sono diverse.
51	Dimostra che in un triangolo la somma dei complementari di due angoli interni è congruente al terzo angolo interno.
52	Dimostra che la somma dei complementari degli angoli interni di un triangolo è un angolo retto.
53	Sia ABC un triangolo isoscele di vertice C. Si traccino le bisettrici degli angoli $\widehat{ABC}$ e $\widehat{ACB}$ , sia O la loro intersezione. Dimostra che l'angolo $\widehat{BOC} \cong \frac{1}{2} \widehat{BAC} + 90^\circ$ .
54	Sia ABC un triangolo con $AB > AC$ e sia AM la mediana relativa al lato BC. Verifica che $\widehat{AMB} > \widehat{AMC}$ .
55	Dimostra che in un triangolo ABC, isoscele sulla base BC, la bisettrice dell'angolo esterno di vertice A è parallela alla retta BC.
56	Dimostra che l'angolo formato dalle bisettrici di due angoli di un triangolo equilatero è congruente al doppio di ciascuno degli angoli del triangolo.
57	Sia ABC un triangolo isoscele di vertice A. Traccia le bisettrici degli angoli $\widehat{ABC}$ e $\widehat{BCA}$ che incontrano i lati AB e AC rispettivamente in M e in N e che si intersecano nel punto O, e congiungi M con N. Dimostra che il triangolo OMN è isoscele.

58	In un triangolo ABC, l'angolo esterno di vertice B è il triplo dell'angolo interno di vertice A. Dimostra che l'angolo interno di vertice C è il doppio dell'angolo interno di vertice A.
59	In un triangolo ABC, la somma dell'angolo esterno di vertice B e dell'angolo esterno di vertice C è congruente al triplo di un angolo retto. Dimostra che il triangolo ABC è rettangolo di ipotenusa BC.
60	Sia ABC un triangolo isoscele di base BC. Si traccino le bisettrici degli angoli alla base e sia D la loro intersezione. Dimostra che il triangolo BCD è isoscele.
61	Verifica che in un triangolo scaleno l'angolo che la bisettrice di un angolo esterno forma con la retta del lato opposto è congruente alla semidifferenza dei due angoli non adiacenti all'angolo esterno considerato.
62	Sia $\widehat{ABC}$ un triangolo e AD la bisettrice dell'angolo $\widehat{BAC}$ . Dimostra che la differenza degli angoli che AD forma con BC è congruente alla differenza degli altri due angoli del triangolo.
63	Prolunga il lato AB di un triangolo ABC, isoscele sulla base BC, di un segmento $AD \cong AB$ e dimostra che l'angolo $\widehat{BCD}$ è retto.
64	Dimostra che l'angolo ottuso formato da due bisettrici di un triangolo qualunque è congruente a un angolo retto più la metà del terzo angolo del triangolo.
65	Due triangoli ABC e $A'B'C'$ sono tali che $BC \cong B'C'$ , $\widehat{ACB} \cong \widehat{A'C'B'}$ e l'angolo esterno di vertice B è congruente all'angolo esterno di vertice B'. Siano M e M' rispettivamente i punto medi di BC e B'C'. Dimostra che $AM \cong A'M'$ .
66	Verifica che in un triangolo, l'angolo compreso tra la bisettrice e l'altezza relative allo stesso vertice è congruente alla metà della differenza dei due angoli adiacenti al lato opposto.

67	Siano ABC e CDE due triangoli, entrambi rettangoli in C ed entrambi isosceli rispettivamente sulle basi AB e ED. Essi hanno come unico punto comune il vertice C dell'angolo retto e sono disposti in modo che l'angolo $\widehat{BCD}$ sia acuto. Dimostra che i segmenti AD e BE sono congruenti.
68	Sia ABC un triangolo equilatero. Costruisci, sui tre lati e esternamente al triangolo, tre triangoli isosceli congruenti aventi per basi i lati del triangolo ABC. Verifica che i loro vertici individuano un altro triangolo equilatero.
69	Dimostra che due triangoli rettangoli isosceli aventi l'ipotenusa congruente sono congruenti.
70	Dimostra che due triangoli isosceli aventi rispettivamente congruenti la base e l'angolo al vertice sono congruenti.
71	Dimostra che in ogni triangolo isoscele le altezze relative ai lati congruenti sono congruenti tra loro.
72	Sia r una qualsiasi retta passante per il punto medio O di un segmento AB e siano OM e ON le proiezioni di AO e BO sulla retta. Dimostra che i triangoli AOM e BON sono congruenti.
73	Nel triangolo isoscele ABC di base AB, conduci dai vertici A e B le altezze AH e BK relative ai lati BC e AC. Dimostra che i triangoli ABH e ABK risultano congruenti.
74	Sia P un punto della bisettrice AR dell'angolo $\widehat{BAC}$ . Da P conduci il segmento PS, perpendicolare ad AB, e il segmento PT, perpendicolare a AC. Dimostra che i triangoli ASP e ATP sono congruenti.
75	Considera il triangolo isoscele ABC di base AB e conduci dai vertici A e B le perpendicolari ai lati AC e BC. Sia E il loro punto di intersezione. Congiungi E con C e dimostra che i triangoli AEC e BEC sono congruenti.
76	Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB. Dimostra che gli assi di AC e BC si incontrano in un punto P che appartiene alla bisettrice dell'angolo $\widehat{ACB}$ .

77	Sia ABC un triangolo rettangolo di ipotenusa AB. Sia CM la mediana relativa all'ipotenusa. Dimostra che $\widehat{CMB} \cong 2\widehat{CAB}$ .
78	Dimostra che in un qualsiasi triangolo la somma delle tre altezze è minore del perimetro.
79	Dimostra che in un triangolo ABC, rettangolo in A, la bisettrice dell'angolo retto è anche bisettrice dell'angolo formato dalla mediana e dall'altezza relativa all'ipotenusa.
80	Dato un triangolo ABC, rettangolo in A, sia AM la mediana. Dimostra che le bisettrici degli angoli $\widehat{BMA}$ e $\widehat{AMC}$ sono parallele ai lati del triangolo ABC.
81	Di un triangolo rettangolo conosci l'altezza AH relativa all'ipotenusa, il punto medio G di AH e i punti medi M e N dei cateti. Dimostra che: - l'angolo $\widehat{MHN}$ è retto; - la retta MN interseca il segmento AH in G.
82	Sia ABC un triangolo isoscele di base BC. Conduci l'altezza BK relativa al lato AC e l'altezza AH relativa al lato BC. Dimostra che $\widehat{CBK}$ è la metà dell'angolo al vertice $\widehat{CAB}$ .
83	Sia ABC un triangolo isoscele, di base BC; conduci dai punti B e C le perpendicolari ai lati AB e CA che si intersecano in un punto P. Dimostra che la retta AP è asse della base BC.
84	Sia ABCDEF un esagono equilatero e equiangolo; dimostra che le diagonali AC, AD, AE dividono l'esagono in due triangoli isosceli congruenti e in due triangoli rettangoli congruenti.
85	In un triangolo ABC, prolunga il lato CA dalla parte di A e traccia le bisettrici dei due angoli, interno e esterno, di vertice A. Indica con P l'intersezione della bisettrice dell'angolo interno con il lato BC e manda da P la parallela ad AC. Sia Q la sua intersezione con AB e R la sua intersezione con la bisettrice dell'angolo esterno. Dimostra che il triangolo PAR è rettangolo in A e che AQ ne è una mediana.



86	Dimostra che due quadrilateri $ABCD$ e $A'B'C'D'$ che hanno i lati ordinatamente congruenti e la diagonale $AC$ congruente alla diagonale $A'C'$ sono congruenti.
87	Sia $ABC$ un triangolo qualunque. Sia $P$ il punto di intersezione della bisettrice dell'angolo esterno in $A$ con l'asse del lato $BC$ . Prolunga il lato $BA$ di un segmento $AD \cong AC$ . Dimostra che i triangoli $PCA$ e $PAD$ sono congruenti.
88	Due triangoli $ABC$ e $A'B'C'$ sono tali che $AB \cong A'B'$ , $BC \cong B'C'$ , $\widehat{ABC} \cong \widehat{A'B'C'}$ . Siano $P$ e $P'$ due punti appartenenti rispettivamente a $BC$ e a $B'C'$ , tali che $\widehat{PAC} \cong \widehat{P'A'C'}$ . Dimostra che i due triangoli $ABP$ e $A'B'P'$ sono congruenti.
89	Dato il triangolo $ABC$ , unisci un punto qualunque $O$ del piano del triangolo con i vertici di questo e prolunga ciascuno dei segmenti ottenuti dalla parte di $O$ in modo che sia: $OA' \cong OA$ ; $OB' \cong OB$ ; $OC' \cong OC$ . Dimostra che il triangolo $A'B'C'$ è congruente al triangolo $ABC$ .